

**Tentamensskrivning i MAL420/600,
Analys fortsättningskurs
24 mars 2003, 8.45-13.45**

1. För vilka reella x konvergerar potensserien

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^4 4^n} x^n?$$

2. Beräkna gränsvärdet

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin 3x - 3 \sin 2x}{x - \arctan x}.$$

3. Lös ekvationen

$$y'' - y' - 2y = 6e^{-t}.$$

4. Bestäm den kurva i (x, y) -planet som går genom $(0, 1/2)$ och vars tangent i punkten (x, y) har riktningskoefficient $x(1 + 2y)$.

5. (a) Bestäm koefficienterna a_n så att

$$\ln x = \sum_{n=0}^N a_n (x - 2)^n + O((x - 2)^{N+1})$$

för x nära 2.

- (b) För vilka reella x konvergerar

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n (x - 2)^n?$$

6. (a) Formulera fixpunktsatsen.

- (b) Redogör för Newton-Raphsons metod att lösa ekvationen $f(x) = 0$. Utgå ifrån fixpunktsatsen och motivera varför metoden fungerar.

**Tentamensskrivning i MAL420/600,
Analys fortsättningskurs
14 april 2003, 8.45-13.45**

I lösningarna får du bara hänvisa till uträkningar som kan göras med en "typgodkänd" räknedosa. Du får alltså inte använda eventuella inbyggda program för ekvationslösning utan de successiva beräkningarna måste redovisas. Du får inte heller hänvisa till figurer gjorda med en grafritande räknare.

1. Beräkna gränsvärdet

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - \ln(1+x)}{1 - \cos 2x}.$$

2. Lös differentialekvationen

$$y'' + 4y = 9 \sin x.$$

3. För vilka reella x konvergerar potensserien

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2x)^n}{\sqrt{n}} \quad ?$$

4. (a) Hur många lösningar har ekvationen

$$e^{-x^2} = x^2 \quad ?$$

- (b) Hitta närmevärden till alla lösningarna med två korrekta decimaler.

5. En bassäng på 200 liter innehåller från början M kg av en förorening. Man börjar pumpa lösningen genom ett filter och sedan tillbaka till bassängen. Pumpen pumpar lösningen genom filtret med en hastighet av 30 liter per minut. Vid denna belastning absorberar filtret $2/3$ av den genomströmmande föroreningen. Hur lång tid tar det innan koncentrationen av föroreningen har sjunkit till $1/10$ av ursprungskoncentrationen? (Du får anta att volymen av lösningen inte ändras under processen.)

6. (a) Visa att om en serie $\sum_1^{\infty} a_n$ är konvergent så gäller att $a_n \rightarrow 0$ då $n \rightarrow \infty$.

- (b) Visa, genom att ge ett motexempel, att omvändningen till påståendet i (a) inte gäller.