

Tentamen i Matematik MAN110/MAN001

Funktionslära

1. Ge definitionen av kontinuerliga funktioner. Ge ett exempel på en funktion som inte är kontinuerlig. Argumentera på vilka intervall som funktionen $f(x) = \sqrt{\arctan(2 + \ln x) - \pi/4}$ är kontinuerlig. Ge definitionen av derivatan. Beräkna derivatan av funktionen $f(x)$. På vilka intervall som funktionen f växer, minskar?? Ge definitionen av inverterbara funktioner och av den inversa funktionen. Är $f(x)$ inverterbar på hela definitionsmängden? Hitta inversa funktionen. Hitta det största och det minsta värden till f på $[1, \infty)$, börja med att formulera den allmänna regeln för att hitta sådana värden. 12p
2. Ge definitionen till den primitiva funktionen. Hur många primitiva funktioner kan en funktion ha?? Ge definitionen för integral av en funktion på ett intervall. Formulera regel för parielintegrering för integraler. Beräkna integraler

$$\int_0^1 \frac{x^2 - 1}{(x + 2)(x^2 + 4)} dx,$$

$$\int_0^\pi (x + 1) \cos(2x) dx.$$

12p

3. Beskriv vad som är differentialekvationer. Definera en partikulär lösning, den allmänna lösningen. Lös differentialekvationer (med begynnelsevillkoret)

(a) $y' = 2xy + e^{x^2}(x^5 + \frac{1}{x}), y(1) = 1,$

(b) $y' = \frac{(t^2 + \tan(2t))}{\sqrt{y+5}}, y(0) = 0,$

(c) $y'' + 2y' + y = 2te^{-t}, y(0) = 0, y'(0) = 1$

16p

4. Formulera regeln för att lösa system linjära differentialekvationer. Hitta allmänna lösningen till systemet differentialekvationer $x'(t) = -x(t) + 4y(t), y'(t) = 3x(t) + 3y(t)$. Hitta lösningen som satisfierar begynnelsevillkoren $x(0) = -1, y(0) = 2$. 10p

Vid grova fel i teoretiska moment kan poängavdrag förekomma.

Skrivningen beräknas färdiggrättas 10.januari. Efter tentan finns lösningförslag på kursens webbsida.