

Tentamensskrivning i Naturvetarmatematik A MAN110

1. Bestäm samtliga lösningar $y(t)$ till differentialekvationen $y'' + 4y' + 5y = x$. Hitta lösningen med begynnelsevillkoren $y(0) = 1, y'(0) = -1$. 4p

2. Hitta gränsvärdet $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - ax}{x(b - \cos x)}$ för $a = 1, b = 2; a = 1, b = 1; a = 2, b = 1$. 4p

3. (a) Hitta lösningen till differentialekvationen $y' + 7y^3x = 0$ med begynnelsevillkoret $y(1) = 1$.

- (b) Hitta lösningen till differentialekvationen $y' = \frac{y}{x} + \frac{1}{\cos \frac{y}{x}}$ med begynnelsevillkoret $y(1) = 1$. 4p

4. Hitta integraler

(a) $\int_0^{\pi/2} \frac{\sin x}{1 + \cos^2 x} dx.$

(b) $\int_1^3 x^2 \ln x dx.$ 4p

5. För funktionen $f(x) = (x^2 - 3)e^{-x^2}$ bestäm det största och det minsta värdet

- (a) på intervallet $[0, 3]$

- (b) på intervallet $[-2, \infty]$.

(Talet e är ungefärligt lika med 2.7) 4p

6. Faktoruppdelar polynomen $p(x) = x^3 + 4x^2 - 11x + 6$. Gör partialbråkuppdelning av rationella funktionen $f(x) = \frac{x}{p(x)}$. 4p

7. Lös systemet differentialekvationer

$$\begin{aligned}x_1'(t) &= 2x_1(t) + 6x_2(t) \\x_2'(t) &= x_1(t) - 3x_2(t)\end{aligned}$$

$$x_1(0) = 1, x_2(0) = -1. \quad 4p$$

8. Bestäm p, q så att systemet

$$\begin{aligned}x + 2y + 3z &= 1 \\3y + pz &= 2 \\x + 8y + 4z &= q\end{aligned}$$

har oändligt många lösningar. Finns det värden av p, q sådana att systemet inte har några lösningar? Endast en lösning? 4p