För $a=3$, fås

$$\begin{cases} x+y+z=3 \\ -2y-2z=2 \\ 0=0 \end{cases}$$ oändligt många lösningar

tar något värde till z,

$$\boxed{\begin{aligned} y &= -1-z \\ x &= 3-y-z = \cancel{5} \end{aligned}}$$

6. $\vec{a} = (2,2,3)$

$\vec{b} = (2,1,2)$

Planet måste vara ortogonalt till $\vec{a}\times\vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 2 \end{vmatrix} = (1,2,-2)$

ekvation:

$(x,y,z)(1,2,-2)=0$

$x+2y-2z=0$

avståndet av $(1,1,0)$ till planet är lika projektionen av vektorn $\vec{i}+\vec{j}$ på $\vec{a}\times\vec{b}$

7. a) $\sqrt{x+1}=t$; $x=t^2-1$, $dx=2t\,dt$

$\int_{-1}^{1} x\sqrt{x+1}\,dx = \int_{0}^{\sqrt{2}} (t^2-1)\,t\cdot 2t\,dt =$

$\left[2\frac{t^5}{5}-2\frac{t^3}{3}\right]\Big|_0^{\sqrt{2}} = \frac{2}{5}\cdot 2^{\frac{5}{2}} - \frac{2}{3}2^{\frac{3}{2}}$

b) ~~partialbr~~ kvadratkomplettering

$\int_0^2 \frac{x}{x^2-2x+2}\,dx = \int_0^2 \frac{x}{(x-1)^2+1}\,dx$; bytet $x-1=t$

$= \int_{-1}^{1} \frac{t+1}{t^2+1}\,dt = \arctan t\Big|_{-1}^{1} + \frac{1}{2}\ln(t^2+1)\Big|_{-1}^{1}$

$= \arctan 1 - \arctan(-1) = \frac{\pi}{4} - (-\frac{\pi}{4}) = \frac{\pi}{2}$

8. Karakteristiska ekvationen

$k^2-4k+4=0$, $(k-2)^2=0$; 2 är en dubbelrot

allmäna lösningen $y_a = c_1e^{2t}+c_2te^{2t}$

partikul. lösning söker i formen

$y_p = a\sin 2t + b\cos 2t$; $y_p' = 2a\cos 2t - 2b\sin 2t$

$y_p'' = -4a\sin 2t - 4b\cos 2t$; sätter in i ekvat. och jämför koeff. vid $\cos 2t$, $\sin 2t$.

$a=0$, $b=\frac{1}{8}$; $y_p = \frac{1}{8}\cos 2t$

$y = c_1e^{2t}+c_2te^{2t}+\frac{1}{8}\cos 2t$

$y(0) = c_1 + \frac{1}{8} = 0$; $c_1 = -\frac{1}{8}$

$y'(0) = 2c_1 - c_2 - \frac{1}{4} = -\frac{1}{2} - c_2 = 1$; $c_2 = -\frac{3}{2}$.