

Tentamensskrivning i Naturvetarmatematik A MAN110

1. Bestäm samtliga lösningar $y(t)$ till differentialekvationen $y'' + 4y' - 5y = 6e^{3t}$. 4p
2. Bestäm för $p = 0, 1, 2, 3$ vad som gäller för $x_n = \frac{n^p + n - 5}{n^2 + 1}$ då $n \rightarrow \infty$. 3p
3. Bestäm de sammansatta funktionerna $f \circ g$ och $g \circ f$ samt deras definitionsmängder då $f(x) = \sqrt{x+1}$, $g(x) = \frac{x+1}{x-1}$. Beräkna derivator av $f \circ g$ och $g \circ f$ 3p
4. Hitta integraler

(a) $\int_0^3 x\sqrt{1+x}dx.$

(b) $\int_0^{\pi/2} \frac{\sin x}{\sin^2 x - 5} dx$ 5p

5. För funktionen $f(x) = e^x/x$ bestäm de största och det minsta värden
(a) på intervallet $[2, 4]$ (e är ungefärligt 2.7)
(b) på intervallet $[0.5, 5]$

4p

6. Hitta sinus av vinkeln mellan vektorerna $u = (2, -4, 4), v = (2, 1, -2)$.

3p

7. Matrisen A har formen

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$$

och $u = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$

- (a) Hitta egenvärdena λ_1, λ_2 och egenvektorer v_1, v_2 av A 3p
- (b) Hitta koefficienter c_1, c_2 i framställningen $u = c_1 v_1 + c_2 v_2$ 1p
- (c) Med hjälp av egenvärdena och egenvektorerna beräkna $Au, A^2u, A^3u, \dots, A^nu$ 2p

8. Bestäm p så att systemet

$$\begin{aligned} x + 3y + 5z &= 2 \\ 2x + 5y + 8z &= 5 \\ x + 2y + 3z &= p \end{aligned}$$

har oändligt många lösningar. Finns det värden av p sådana att systemet inte har några lösningar? Endast en lösning? Samma frågor för systemet där sista ekvationen ersätts med $x + 2y = p$. 5p

Skrivningen beräknas vara färdiggrättad 13. november och kan hämtas på mat. expeditionen.