

DATORÖVNING I MATHEMATICA - INLEDANDE KURS

Introduktion. Mathematica är ett kraftfullt program som extra väl lämpar sig för symboliska (“exakta”) beräkningar. Du har tidigare jobbat med Matlab, som istället främst räknar numeriskt.

Du **startar** Mathematica genom att välja Mathematica i den meny du får fram med höger musknapp. Det kan ta en stund för datorn att dra igång programmet, så ha tålamod!

Du **avslutar** Mathematica genom att välja “Quit” i menyn “File”.

Några generella regler att tänka på när du använder Mathematica:

- När du vill att dina kommandon ska utföras (exekveras) trycker du på tangenten **Shift** (håll ned) och därefter **Return** (observera alltså att shift-tangenten skall vara nedtryckt när du trycker på Return). Om du bara trycker på **Return** gör Mathematica ett radbyte och förväntar sig att du skriver fler kommandon.
- Mathematica skiljer på stora och små bokstäver. Inbyggda kommandon, funktioner och konstanter börjar alltid med stor bokstav. Talet e heter t.ex. **E**, π heter **Pi** och funktionen $\sin$ skrivs som **Sin**.
- Parenteser i samband med Mathematicas funktioner och kommanden skrivs som hakparenteser. Funktionen $\sin x$ skrivs alltså i Mathematica som **Sin[x]**. Vill man t.ex. derivera $\sin x$ skriver man **D[Sin[x],x]**. Vill man rita grafen $y = e^x$ på intervall $[-1, 2]$ skriver man **Plot[Exp[x],{x,-1,2}]**. Vanliga parenteser används också. Funktionen $(1+x)e^{3x}$ skrivs i Mathematica som **(1+x)Exp[3x]**.
- Genom att skriva ? följt av ett kommando, t.ex. **?Exp**, får du information om vad det används för och/eller hur det används. ?? följt av kommandot kan ibland ge ytterligare information. Mathematica har också ett inbyggt, mycket extensivt, hjälpsystem som du kommer åt genom att gå in på menyn “Help” och välja “Help Browser”.
- Ibland kan beräkningarna i Mathematica skena iväg. Man avbryter då genom att trycka på tangenterna **Control**+**c** samtidigt.

1. LABTILLFÄLLE 1

Övning 1. Bekanta dig med Mathematica på valfritt sätt! Ett sätt kan vara att köra igenom “Tutorial” under menyn “Help”. Koncentrera dig (översiktligt) på den matematik som du känner igen, det är ingen med mening att du ber Mathematica räkna ut saker som du inte förstår innebörden av...

Övning 2. Bestäm π med 100 decimaler. (Sök på “N” i Help Browser.)

Övning 3. Partialbråksuppdelning (se “Apart”) funktionerna

$$\frac{2x}{x^2 - 1} \quad \text{och} \quad \frac{1}{x^2 - 1}.$$

Övning 4. Utveckla parenteserna $(a + b)^2$ och $(s + t)^7$ (se “Expand”).

Övning 5. Lös ekvationerna $x^2 + 4x \pm 6 = 0$ (se “Solve”).

Övning 6. Definiera en funktion $f(x) = \arctan x$ och beräkna $f(1)$ (se “Defining Functions”). Rita grafen $y = f(x)$, $x \in [-3, 3]$ (se “Plot”). Bestäm förstaderivatans och andra derivatans av f (se “D”). Bestäm 5:e derivatans nollställen.

Övning 7. Bestäm en primitiv funktion till $x^2 e^x$ (se “Integrate”).

Övning 8. Lös differentialekvationen $y'' + 4y' - 5y = \sin x$ (se “DSolve”).

Övning 9. Förenkla uttrycket $\cos^4 x - \sin^4 x$ (se “Simplify”).

2. LABTILLFÄLLE 2

För att klara av vissa typer av problem har Mathematica ett flertal olika s.k. paket som man kan ladda in vid behov. Vi ska nedan bl.a. lösa differensekvationer med ett kommando som heter “RSolve”, och för det måste Mathematica ladda in motsvarande paket. Sök på “Difference equations” och ta reda på hur man laddar in motsvarande paket. Och gör det!

Övning 10. Använd Mathematica för att lösa följande uppgifter (stulna från Tenta 20030110, Sverker Mattsson):

1. Lös differensekvationen $\begin{cases} x_{n+1} = 10 - 2x_n & n = 0, 1, 2, \dots \\ x_0 = 5 \end{cases}$.
- 2(a). Beräkna $\int \frac{x \, dx}{x^4 + 2x^2 + 1}$.
- 2(b). Beräkna $\int \frac{dx}{x^4 + 2x^2}$.
- 2(c). Beräkna $\int x^3 e^x \, dx$.
3. Lös differentialekvationen $y' + \frac{\cos x}{\sin x} y = \cos^3 x$, $0 < x < \pi$, där $y(\pi/2) = 1/4$.
4. Lös differentialekvationen $4y'(x^2 - 5x + 6) = y^2 - 6y + 5$, där $y(1) = -3$.
5. Lös differentialekvationen $y'' - 7y' + 12y = f(t)$, för $f(t) = 0$, $f(t) = e^{2t}$ och $f(t) = e^{3t}$.

Övning 11. Lös allé-uppgiften i häftet om arcusfunktionerna, med tillägget att första respektive sista trädet står A respektive B meter från huvudvägen. Kontrollera att resultatet stämmer i specialfallet $A = 40$ och $B = 250$, med hjälp av kommandot “/.”. (Mathematica skall utföra alla kalkyler, du inte en enda!)

Övning 12. Lös ekvationen $r^3 - 7r + 6 = 0$. Lös därefter differentialekvationen $y''' - 7y' + 6y = 0$. Samband? Generalisera med egna exempel. Ge ett exempel på en differentialekvation av fjärde ordningen som löses av e^x , e^{2x} , e^{3x} och e^{4x} (alltså av samtliga dessa!). Lagg därefter till lämpligt många lämpliga begynnelsevillkor så att (den entydiga) lösningen till differentialekvationen blir $y(x) = e^x - e^{2x} + e^{3x} - e^{4x}$.