

Euklidisk geometri

Övning

1'. Visa att medianerna till benen i en likbent triangel bildar lika vinklar med triangelns bas.

2'. Given är en likbent triangel med benlängd 3,5 och basvinkel $\frac{5}{6}R$. Bestäm höjden till triangelns ben.

3'. Konstruera en kvadrat med given sidlängd.

4'. Formulera och bevisa påståenden analoga med problem 6 för medianerna och bisektriserna i kongruenta trianglar.

5'. Formulera och bevisa ett "fjärde likformighetsfall" som motsvarar "fjärde kongruensfallet".

6'. Formulera och bevisa påståenden analoga med dem i problem 6 och 4' för likformiga trianglar.

7'. Given är den rätvinkliga triangeln $\triangle ABC$ där vinkeln $\angle C$ är rät. Avsätt på kateten BC 's förlängning sträcka CM sådan att $|CM| = |AC|$. Normalen ME till sidan AB ($E \in AB$) skär sidan AC i D . Visa att **(a)** $|BC| = |CD|$; **(b)** EC är bisektris i triangeln $\triangle BEM$.

8'. Låt BM vara median i triangeln $\triangle ABC$ och antag att $\angle ABM = \angle ACB$. Visa att $|AC|^2 = 2|AB|^2$.

9'. En kvadrat är inskriven i en triangel med bas 18 och höjd 9 så att en av kvadratens sidor ligger på basen. Bestäm kvadratens sidlängd.

10'. Om beteckningarna är samma som i beviset för Pythagoras' sats (OH), visa att **(a)** $h_c^2 = a_1 b_1$; **(b)** $\frac{b^2}{a^2} = \frac{b_1}{a_1}$; **(c)** $\frac{1}{h_c^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}$.

11'. Höjden till det ena benet i en likbent triangel delar benet i sträckor med längderna 2 (mot basen) och 7 (mot toppen). Bestäm basens längd.

12'. En romb har perimeter 100 och dess ena diagonal har längd 30. Bestäm den andra diagonalens längd.

13'. Visa att avståndet mellan två parallella linjer är konstant på linjen.

14'. Bestäm mängden av fotpunkterna till normalerna från en given punkt till de räta linjerna genom en annan given punkt.

15'. En korda delar cirkelns längd i förhållande 3:5. Bestäm korda-tangent vinkeln i kordans ena ändpunkt.

16'. Låt MN vara diameter i en given cirkel och A, B vara fotpunkterna till normalerna från M resp. N till en av cirkelns tangenter. Visa att $|MA| + |NB| = |MN|$.

17'. Konstruera en cirkel som tangerar en given linje i en given punkt och har sin medelpunkt på en annan given linje.

18'. Konstruera en likbent rätvinklig triangel om den inskrivna cirkelns radie är given.

19'. Given är den inskrivna triangeln $\triangle ABC$. Höjderna till sidorna BC och AC skär den omskrivna cirkeln i punkter M resp. N . Visa att $|CN| = |CM|$.

20'. Triangelna $\triangle ABC$ och $\triangle ABF$ är rätvinkliga. Höjden FD i $\triangle ABF$ skär AC och BC (ev. förlängningar) i E resp. G . Visa att $|DF|^2 = |DE| |DG|$.

21'. Given är den liksidiga triangeln $\triangle ABC$. Finn punkter M, N på AB resp. AC sådana att $|AM| = |CN|$.

22'. Konstruera två sträckor med längderna a och b så att $(a - b)^2 = ab$.

23'. Givna är kvadraten $ABCD$ och två sinsemellan ortogonala räta linjer l_1 och l_2 . Linjen l_1 skär sidorna AB och CD (ev. förlängningar) i punkter M resp. N ; linjen l_2 skär BC och AD (ev. förlängningar) i P resp. Q . Visa att $|MN| = |PQ|$.

24'. Konstruera en kvadrat som har givna mittpunkt och två punkter på två av sidorna. Hur många lösningar finns det beroende på punkternas läge?