MATEMATIK
Göteborgs universitet

MAN011 Aritmetik och algebra
Del 2, VT 99

Inlämningsuppgifter II

1. Matrisen

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 3 \\ 2 & 4 & 0 \end{pmatrix}$$

har element i $\mathbb{Z}/5$. Bestäm om möjligt en inverterbar matris C och en diagonal matris D, så att $A = CDC^{-1}$.

2. Lös rekursionsekvationen $a_n = a_{n-1} - a_{n-2} + a_{n-3}$ i $\mathbb{Z}/5$ med följande startvärden:
a) $a_0 = 0,\ a_1 = 1,\ a_2 = 2$,
a) $a_0 = 0,\ a_1 = 1,\ a_2 = 0$,
a) $a_0 = 1,\ a_1 = 1,\ a_2 = 1$.

3. Polynomet $x^2 + 2x + 2 \in \mathbb{Q}[x]$ är irreducibelt, så ringen $\mathbb{Q}(\alpha)$, där $\alpha^2 = -2\alpha - 2$, är en kropp. Bestäm kvoten och resten av $f \in \mathbb{Q}(\alpha)[x]$ vid division med $g \in \mathbb{Q}(\alpha)[x]$ när
a) $f(x) = x^4 + 4x^2 + \alpha x + 3$ och $g(x) = x^2 + (1+\alpha)x + 1$,
b) $f(x) = x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$ och $g(x) = x^2 + (1+\alpha)x + \alpha$.

4. Bestäm en kropp K som innehåller $\mathbb{Z}/7$, sådan att polynomet $f \in \mathbb{Z}/7[x]$ faktoriserar som en produkt av polynom av grad 1 i $K[x]$ och ange denna, när
a) $f(x) = x^3 + x + 1$,
b) $f(x) = x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$.

Lösningarna ska lämnas till respektive övningsledare senast torsdagen den 20 maj.