Linjär Algebra, del 2, HT98

Datorlaboration 5

Börja med att gå igenom MATLAB-handledningens avsnitt 6.5 och 6.6.

1. Betrakta matrisen $n \times n-$matrisen A_n vars element består av idel ettor, utom diagonalelementen som alla är nollor.

   (a) Bestäm determinanten av A_n för några olika n. Ställ upp en allmän hypotes om vilket värde determinanten har för godtyckligt n.

   (b) Bestäm inversen av A_n för några olika värden på n. Ställ upp en hypotes om hur inversen ser ut för allmänt n!

   (c) Bestäm egenvärdena för A_n för några olika n. Ställ upp en allmän hypotes!

   (d) Använd kommandot *eig* för att diagonalisera A_n för några olika n. Bestäm en egenvektor som hör till det största egenvärdet. Finn en allmän hypotes!

2. Betrakta för olika parametervärde p matrisen $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 \\ -2 & p & 2 \\ -3 & 2 & 3 \end{bmatrix}$

   (a) Beskriv hur egenvärdena till A ändras då p varierar från 1 till 2!

   (b) Använd kommandot *poly* för att bestämma det karakteristiska polynomet för A. Repetera MATLAB-handledningens avsnitt 4.4 och rita sedan grafen av det karaktersistiska polynomet för olika $p-$värden mellan 1 och 2.
   Tänk efter hur grafen avspeglar hur egenvärdena ändras då p varierar.

   (c) Finns det några värde på p för vilka A har egenvärdet 0?

3. Sätt $\mathbf{v}_j = (1, 2^{j-1}, 3^{j-1}, 4^{j-1}, 5^{j-1})$ för $j = 1, 2, 3, 4, 5$. Visa med hjälp av datorn att $\{\mathbf{v}_1, \dots, \mathbf{v}_5\}$ är en bas i $\mathbb{R}^5$. Vilka koordinater har vektorn $(1, -1, 1, -1, 1)$ i denna bas?

4. Antag att man har givet en mätserie av data $(x_j, y_j), j = 1, \cdots, n+1$. Man vill finna en funktion p vars graf passerar genom punkterna (x_j, y_j) d.v.s.
   $$p(x_j) = y_j, \quad j = 1, 2, \cdots, n+1 \tag{1}$$
   Det är då naturligt att pröva med ett polynom. Väljer man ett polynom av graden n kommer ekvationen (1) att bestämma dess koefficienter entydig. Detta polynom kallas då interpolationspolynomet för givna data.
   Med hjälp av MATLAB-kommandot $polyfit$ kan man behändigt beräkna detta interpolationspolynom. Således ger kommandot $p = polyfit(x, y, n)$ koefficienterna p i interpolationspolynomet, som sedan kan beräknas i en godtycklig vektor t med kommandot $s = polyval(p, t)$. Låt nu indata vara
   $$x = (0, 1, 2, 3, 4, 5), \quad y = \sin(2x), \quad n = 5$$
   Beräkna interpolationspolynomet i tätt liggande punkter på intervallet $[0, 6]$, rita interpolationspolynomet och kurvan $(t, \sin(2t))$ i samma figur. Beundra den goda anslutningen mellan de båda kurvorna på intervallet $[0, 5]$ och förskräcks över den dåliga anslutningen på intervallet $[5, 6]$.
   (När du längre fram läser om minsta kvadratmetoden, kan du gärna återbesöka kommandot $polyfit$ och studera vad det utför.)

Redovisningen sker på en särskild svarsblankett.