Försök till utvärdering av problemlösningsseminarier, Linjär Algebra HT98

Under HT98 har vi i kursen linjär algebra haft fyra obligatoriska problemlösningsseminarier för de två lektionsgrupper av studenter som redan hade studerat minst en termin matematik. Tanken har varit att visa upp ett sätt att tänka, och demonstrera vissa basala tekniker att lösa matematiska problem, som många studenter inte har naturligt i samma grad som de av oss som fastnat för matematik. Det är dessutom åtminstone min personliga övertygelse, att det matematiska sättet att strukturera, systematisera och reducera problem, som också kommer till stort uttryck i strukturerad datorprogrammering (exempelvis i kursen Datalogins Grunder), även är till stor nytta såväl i andra ämnen som i vardagen.

De två lektionsgrupperna har delats i vardera tre grupparbetsgrupper med ca 6 elever. Något färre elever per grupp hade kanske varit att föredra. Tre handledare (Jörgen Löfström, Anette Wiberg och undertecknad) har samtidigt handlett två grupper var under två timmar vid varje tillfälle. Eleverna hade inte sett uppgifterna förut, utan fick dagens problem i början av varje seminarium. På så sätt undvek vi att någon problemlösningsroad elev löste uppgifterna hemma på sin kammare och på så sätt förstörde dem för gruppen och ur handledningssynpunkt.

För problemlösningsmetodik och handledning har vi haft stöd av boken "How to solve it" av G. Polya. Boken är väl lärarcentrerad i sin stil, men fungerar förvånansvärt bra att handleda efter. Det enda material som eleverna fått ur boken, är det schema i fyra steg som Polya konstruerar, med en mängd frågor att ställa sig själv under problemlösningen. Många elever fastnar vid ett svårare problem med ett tomt papper. Vårt mål har varit att visa hur mycket man kan göra innan man behöver köra fast. I Polyas lista finns allt från så enkla medel som att införa notation och variabler (hur många elever fastnar inte innan detta steg?) och separera det kända från det okända, till alla slags frågor om man kan ställa sig om huruvida man har sett något liknande, med liknande okända eller liknande förutsättningar, om man kan lösa ett specialfall, ett mer allmänt fall eller ett liknande problem, om man kan ändra data eller det okända, om man har använt all data etc.

Den stora svårigheten med projektet har varit att hitta lämpliga problem. Vi har velat visa struktur, snarare än räknemässiga svårigheter. I de fall sådana har dykt upp, har vi vid behov kunnat agera "räknemaskin" åt eleverna, för att undvika att de fastnar i detaljer som hindrar dem att se det matematiska flödet. Det visar sig dock rätt snabbt att det är relativt få problem som tål att handledas, så att man inte behöver avslöja hela tricket för att hjälpa eleven på traven. Vi har dessutom velat hitta problem med en tanke, som illustrerar någon problemlösningsmetod. Bifogat finns de problem som vi använt, med några kommentarer för att visa tanken bakom dem. Observera att alla problem inte kommit till användning. De något svårare problemen har endast givits till de snabbare grupperna, och några problem har inte alls hunnits med.

En annan svårighet i kursen har varit att till de två första tillfällena hade kursen i linjär algebra ännu inte avancerat så långt att vi kunde finna lämpliga problem med kursanknytning. Detta har varit en stor nackdel från elevernas synpunkt. De senare tillfällena upplevdes nog mer motiverade av eleverna, och de tidigare upplevdes av flera som svårare. Några elever har klagat på att dessa extra seminarier har varit betungande vid sidan av de datalaborationer och grupparbeten som också ingår i kursen. Detta beror till dels på att ett av tillfällena hamnade nära en tenta, eftersom andra tidpunkter var upptagna av laborationer och grupparbeten.

Om försöket skall upprepas tror jag också att man bör försöka integrera seminarierna mer i den övriga undervisningen, genom att i lektionsundervisningen referera mer till problemlösning och Polyas schema än jag åtminstone personligen gjorde. Metoden fungerar utmärkt för att hjälpa en elev som fastnat på en uppgift, men borde poängteras även vid problemdemonstration vid tavlan. Genom att visa hur man själv resonerat sig fram till lösningen och ge exempel på relevanta frågor i sammanhanget kanske man kan lägga en grund för förståelseinlärning istället för utantillinlärning.

Trots svårigheterna både för oss lärare och eleverna, tycker jag att projektet varit lyckat. Både jag och Anette har i våra undervisningsgrupper sett elever som självmant börjat med att lösa något specialfall när de arbeta med Jörgens “Blandade övningar” som ingår i kursmaterialet. Detta är övningar som i hög grad testar förståelse och resonemangsförmåga, och där metodik i problemlösningen är mycket värd. Därför tror jag att trots att vissa uppfattat seminarierna som betungande, de netto behövt lägga ned mindre tid på kursen som helhet. Jag tror också att många elever har börjat förstå den stora frihet man kan ha vid lösningen av ett problem. I en uppgift där det gäller att till exempel konstruera en matris med vissa egenskaper kan man själv välja storlek på matris, och utseende (triangulär, symmetrisk eller liknande) för att göra problemet så lätt som möjligt. Man kan ofta välja koordinater, eller vektorer med enkla koefficienter o.s.v, o.s.v (se exempelvis kommentaren till övning 1) för att underlätta för sig själv, och detta kommer för många inte naturligt.

Den del av problemlösning som vi tyvärr lagt för lite vikt vid (vilken dock

Polya poängterar) är efterarbetet när man löst ett problem. Då kan man se om lösningen vid det laget är uppenbar, och om man kan lösa det på något enklare sätt, och framförallt var den tändande gnistan kom in, hur man tänkte och hur man borde tänkt. Så skapar man sig erfarenheter. (Se också kommentaren till uppgift 8.) Sammanfattningsvis har försöket dock slagit förvånansvärt väl ut, och jag tror att många elever kunnat dra nytta av seminarierna. Förhoppningen är att de fortsätter den process vi har startat, så att tankesättet börjar kännas naturligt.

Niklas Lindholm, januari 99.