Uppgifter till lektionen den 25 Mars 1999.

Definition av linjärt rum.

Vilka av följande mängder utgör med naturliga operationer ett linjärt rum.

1. Mängden av alla matriser med determinanten $= 0$.

2. Mängden av alla matriser med spåret $= 0$.

3. Mängden av alla vektorer b från R^m sådana att systemet $Ax = b$ har åtminstone en lösning. (A är en $m \times n$ matris, x är en vektor från R^n.

4. Mängden av all funktioner av formen $f(t) = C_1 e^1 + C_2 e^{2t}$ med gudtyckliga C_1, C_2.

5. Unionen av två underrum i ett abstrakt linjärt rum.

6. Snittet av två underrum i ett abstrakt linjärt rum.

7. Mängden av alla kontinuerliga funktioner på ett intervall $[0, 1]$ sådana att $f(1) \geq 0$.

Linjärt beroendet och oberoendet.

Undersök om följande vektorer är linjärt beroende i ett naturligt definierat linjärt rum.

1. Matriser $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 1 & -4 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$.

2. Polynom $2x^2 - 3x + 4$; $x^2 + 3$; $x^2 + 6x + 7$.

3. Funktioner e^x, e^{-x}, xe^{-x}

Visa att följande mängder är linjära rum och angiv en bas till varje av dessa.

1. Polynommängd $P(x)$ $\{P(x) : \quad gradP(x) \leq 4; P(1) = 0; P'(0) = 0\}$

2. Polynommängd $\{P(x) : \quad gradP(x) \leq 5; P(1) = P(-1) = 0\}$

3. Mängden av alla matriser som kommuterar med matrisen $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$.

Uppgifter 23, 24 från **Lay 4.3**

*) Låt V vara ett linjärt rum av dimension n och L vara ett underrum till V med dimension $m < n$.

Visa att det det finns en bas i V sådan att

a) första m vektorer i basen hör till L.

b) den innehåller inga vektorer från L.

c) den innehåller precis k vektorer från L för $k < m$.

Linjära transformationer

Uppgifter 30, 31, 32, 35 från **Lay 4.2**