Uppgifter till lektionen den 30 Mars 1999.

Baser och koordinater i abstrakta linjära rum.

1. Beräkna koordinater till polynomet $t^5 - t^4 + t^3 - t^2 - t + 1$ i varje av följande baser.

   a) 1, t, t^2, t^3 , t^4, t^5.

   b) 1, $1 + t$, $1 + t^2$, $1 + t^3$, $1 + t^4$, $1 + t^5$.

   c) $1 + t^3$, $t + t^3$, $t^2 + t^3$, $t^3 + t^3$, $t^4 + t^3$, $t^5 + t^3$.

2. Beräkna dimensionen och en bas för spänningen av följande uppsättning polynom $t^6 + t^4$, $t^6 + 3t^4 - t$, $t^6 - 2t^4 + t$, $t^6 - 4t^4 + 2t$.

3. Bestäm en bas för a) kolonnrummet, b) nollrummet, c) radrummet till matrisen

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 2 & 0 & 2 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

   (för radrummet bestäm två baser: en i termer av raderna i den givna matrisen , och en i termer av rader i en radekvivalent matris .)

4. Lay 4.5: Exercises 21,22.

5. Visa att vilket som helst underrum H i ett n -dimensionellt linjärt rum V kan tolkas som spänning av ett system vektorer sådant att detta inte innehåller mera en n vektorer.

6. Visa att i ett n - dimensionellt rum V finns underrum H med vilken som helst dimension $k \leq n$.

7. Låt V vara ett linjärt rum av dimension n och L vara ett underrum till V med dimension $m < n$. Visa att det det finns en bas i V sådan att

   a) första m vektorer i basen hör till L.

   b) den innehåller inga vektorer från L.

   c) den innehåller precis k vektorer från L för $k < m$.

Linjära transformationer i linjära rum och motsvarande matriser i olika baser.

8. Låt v_1, v_2, ... v_k, vektorer i ett linjärt rum V. Låt y_1, y_2, ... y_k, vektorer i ett linjärt rum H. Bestäm om det finns en linjär transformation Φ från V till H sådan att gäller för alla $i = 1, ...k$ att $\Phi(v_i) = y(i)$.

9. Lös samma problem med förutsättningen att v_1, v_2, ... v_k, är linjärt oberoende.

10. Bestäm värdesrum och nollrum för följande operator i R^3 $A(x) = (2x_1 - x_2 - x_3, x_1 - 2x_2 + x_3, x_1 + x_2 - 2x_3)$

11. Lay 4.6: Exercises 13 - 16.