MATEMATIK, Göteborgs universitet
Tentamen i **Matematik** (MAN100) del 1, 2002-06-10, kl 8.45–13.45, VV.
Hjälpmedel: Inga utom skrivdon!
Telefonvakt: Anders Öhgren, 0740-350646.

---

1. **Ange bara svar i denna uppgift!**
   (a) Finn en primitiv funktion till xe^{x^2}. (1 p)
   (b) Finn egenvärdena till matrisen (1 p)
$$\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$$
   (c) Bestäm tredje kolonnen i inversen till matrisen (1 p)
$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 2 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

---

2. (a) Låt $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_r$ vara vektorer i $\mathbb{R}^n$. Definiera vad som menas med att $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_r$ är linjärt *oberoende*! (1 p)
   (b) Visa att om $\mathbf{v}_1$ är summan av $\mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_r$ så är $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_r$ linjärt *beroende*. (2 p)
3. Vi vill försöka hitta rötter till ekvationen $f(x) = 0$ med hjälp av Newton-Raphsons metod, där $f(x) = x^2 - 4x + 1$. Vår första startgissning är $x_0 = 2$. Kommer det att fungera? Om inte, förklara varför.
   Undersök vad som händer om vi istället tar startgissningen $x_0 = 1$. Skissa funktionsgrafen och förklara i grafen hur punkten x_1 beräknas. Vad blir x_1 exakt? (4p)
4. Bestäm den punkt i planet $x + y + 2z = 3$ som ligger närmast punkten $(-1, 3, 4)$. (3 p)
5. Derivera (3 p)
$$x^{(x^x)}$$
6. För vilka värden på parametern p är följande system lösbart? (3 p)
$$\begin{cases} x_1 + px_2 + 2x_3 = 1 \\ \qquad 2x_2 + px_3 = 1 \\ x_1 \qquad + px_3 = 1 \end{cases}$$
7. Du vill konstruera en rätvinklig låda utan lock som har volym V och med given bredd b där materialåtgången minimeras. Hur hög ska lådan göras? (3 p)

Vänd blad!

8. Skissa funktionsgrafen till $f(x)$ där följande gäller: (3 p)

$$f(0) = 0, f'(-2) = f'(1) = f'(9) = 0, \lim_{x\to\infty} f(x) = 0, \lim_{x\to 6} f(x) = -\infty,$$

$$f'(x) \begin{cases} < 0 & \text{om } x < -2 \text{ eller } 1 < x < 6 \text{ eller } x > 9, \\ > 0 & \text{om } -2 < x < 1 \text{ eller } 6 < x < 9, \end{cases}$$

$$f''(x) \begin{cases} > 0 & \text{om } x < 0 \text{ eller } x > 12, \\ < 0 & \text{om } 0 < x < 6 \text{ eller } 6 < x < 12. \end{cases}$$

Lycka till! /JL och TL

Skrivningen beräknas vara färdigrättad 18 juni.
Resultaten anslås då i bottenvåningen på Matematiskt Centrum (MC).
Du kan också få veta resultatet genom att ringa nummer 772 35 93.
Din rättade skrivning kan hämtas efter angivet datum i mottagningsrummet
(MC rum 1202D), måndag - fredag kl. 12.30 - 13