INLÄMNINGSUPPGIFT 2. Implicita funktioner. Differentialer.

Senaste dag för redovisning är Onsdag den 21 Mars.

Uppgift 1. En lång stång upphettas momentant vid tiden $t = 0$ i mittpunkten. Med denna punkt i $x = 0$ och x-axeln utmed stången bestäms temperaturen $T(x, t)$ för $t > 0$ av uttrycket

$$T(x, t) = Ce^{-x^2/kt}/\sqrt{t}$$

där parametrarna $k = 5.17$ och $C = 28.3$ beror av värmeledningsförmågan respektive den tillförda värmen.

(a). Rita grafen för funktionen $T(x, t)$ med *plot* i MATLAB för några olika $x = 1, 1.2, 0.8$. För detta skapa en vektor med t värdena: **t = 0:0.01:4** , beräkna värdena av temperaturen och använd
plot (t, T,'r') på dessa. **'r'** står för rött.

(b). Bestäm med hjälp av bilden under hur lång tid som temperaturen vid $x = 1$ överstiger $20°$.

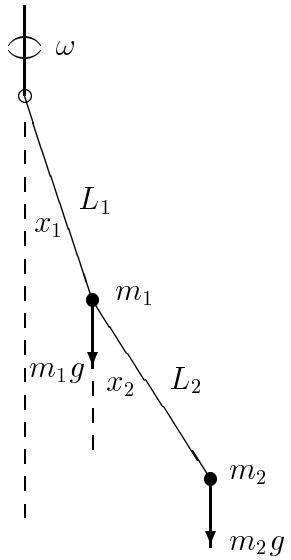
(c). Skriv ett MATLAB program för att beräkna den tiden. För att kunna göra detta studera hur man skiver en egen funktion i MATLAB. Använd *fzero* i MATLAB för att lösa ekvationen.

(d). Meg hjälp av programmet gör en experimentell störningsräkning för att bedöma hur noggrant resultatet kan anges med tanke på att parametrarna C, k bara är angivna med två korrekta siffror. Rita motvarande grafer på samma bild för att göra detta åskådligt.

(e). Gör samma bedömning, men på analytiskt sett med hjälp av Taylors utveckling av första ordningen med avseende på C, k. Jämför med experimentella siffror från **b)** .

Uppgift 2.

En dubbel pendel roterar med vinkelhastigheten ω runt en vertikal axel.



Vid jämvikt för de två pendlarna är vinklarna mot vertikala axeln, x_1 och x_2, lösningar till följande system av ekvationer,

$$F(x) = \begin{bmatrix} f_1(x_1, x_2) \\ f_2(x_1, x_2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tan x_1 - \frac{\omega^2}{g}(L_1 \sin x_1 + \frac{m_2}{m_1+m_2} L_2 \sin x_2) \\ \tan x_2 - \frac{\omega^2}{g}(L_1 \sin x_1 + L_2 \sin x_2) \end{bmatrix} = 0.$$

Låt oss för enkelhets skull ta $m_1 = m_2$ och $L_1 = L_2 = L$. Om vi inför parametern $k = \frac{\omega^2 L}{2g}$ så kan vi nu skriva ekvationen

$$F(x) = \begin{bmatrix} \tan x_1 - k(2 \sin x_1 + \sin x_2) \\ \tan x_2 - k(2 \sin x_1 + 2 \sin x_2) \end{bmatrix} = 0$$

(a) Tag $k = 0.4$ och använd *contours* i MATLAB för att rita upp nollnivåerna för f_1 och f_2, dvs. mängderna $\{(x_1, x_2) | f_1(x_1, x_2) = 0\}$ och $\{(x_1, x_2) | f_2(x_1, x_2) = 0\}$, och se efter de punkter där både f_1 och f_2 är noll samtidigt.

Man gör detta på samma sätt som i en del av programm 1 som ni använde tidigare. Kolla texten ! endast nytt är att man kan framställa en konkret nivå v av f med att skriva **contours(X,Y,F,[v,v])**.

(b) Bestäm approximativa lösningar. Det gör man med att skriver ett programm i MATLAB Nu skall vi använda *fsolve* och lösa problemet för en följd av k-värden lika med 0.3, 0.5. Använd *ginput* för att läsa in en bra startapproximation. Studera först hur användas *ginput* och *fsolve*.

Hur många särskildt olika lösningar har systemet?

(c) Bestäm med hjälp av Taylors utveckling hur mycket varieras lösningar x_1 och x_2 ov vi varierar lite (med $\approx \pm 0.1$) parametern k.