GU **MAN 200+FIN400 Flervariabelanalys - VT 2001**
Matematik

Laboration 2. Implicita funktioner. Differentialer.

Senaste dag för redovisning är Onsdag den 28 Februari.

Uppgift 1. En lång stång upphettas momentant vid tiden $t = 0$ i mittpunkten. Med denna punkt i $x = 0$ och x-axeln utmed stången bestäms temperaturen $T(x,t)$ för $t > 0$ av uttrycket

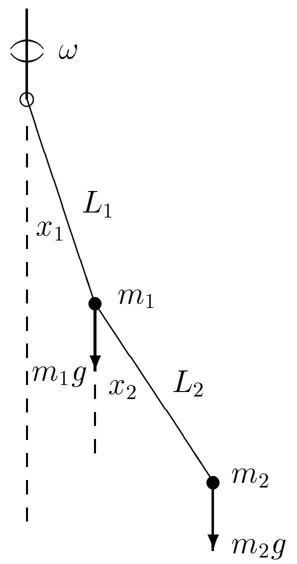
$$T(x,t) = Ce^{-x^2/kt}/\sqrt{t}$$

där parametrarna $k = 5.17$ och $C = 28.3$ beror av värmeledningsförmågan respektive den tillförda värmen.

(a). Rita grafen för funktionen $T(x, t0)$ med *plot* i MATLAB. För detta skapa en vektor med t värdena: **t = 0:0.01:4** , beräkna värdena av temperaturen och använd **plot (t, T,'r')** på dessa. **'r'** står för rött.
(b). Bestäm med hjälp av bilden under hur lång tid som temperaturen vid $x = 1$ överstiger 20°.
(c). (Frivilligt) Om du kan programmera lite i MATLAB så använd programmet *fzero* för att få en exakt lösning.

(d). Gör en experimentell störningsräkning för att bedöma hur noggrant resultatet kan anges med tanke på att parametrarna C, k bara är angivna med tre korrekta siffror.
(e). Gör samma bedömning, men på analytiskt sett med hjälp av Taylors utveckling av första ordningen med avseende på C, k. Jämför med experimentella siffror från **b)**
.

Uppgift 2.
En dubbel pendel roterar med vinkelhastigheten ω runt en vertikal axel.



Vid jämvikt för de två pendlarna är vinklarna mot vertikala axeln, x_1 och x_2, lösningar till följande system av ekvationer,

$$F(x) = \begin{bmatrix} f_1(x_1, x_2) \\ f_2(x_1, x_2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tan x_1 - \frac{\omega^2}{g}(L_1 \sin x_1 + \frac{m_2}{m_1+m_2} L_2 \sin x_2) \\ \tan x_2 - \frac{\omega^2}{g}(L_1 \sin x_1 + L_2 \sin x_2) \end{bmatrix} = 0.$$

Låt oss för enkelhets skull ta $m_1 = m_2$ och $L_1 = L_2 = L$. Om vi inför parametern $k = \frac{\omega^2 L}{2g}$ så kan vi nu skriva ekvationen

$$F(x) = \begin{bmatrix} \tan x_1 - k(2 \sin x_1 + \sin x_2) \\ \tan x_2 - k(2 \sin x_1 + 2 \sin x_2) \end{bmatrix} = 0$$

(a) Tag $k = 0.4$ och använd *contours* i MATLAB för att rita upp nollnivåerna för f_1 och f_2, dvs. mängderna $\{(x_1, x_2) | f_1(x_1, x_2) = 0\}$ och $\{(x_1, x_2) | f_2(x_1, x_2) = 0\}$, och se efter de punkter där både f_1 och f_2 är noll samtidigt.

Man gör detta på samma sätt som i en del av programm 1 som ni använde tidigare. Kolla texten ! endast nytt är att man kan framställa en konkret nivå v av f med att skriva **contours(X,Y,F,[v,v])**.

(b) Bestäm approximativt lösningar från bilden. Hur många väsentligt olika lösningar finns?

(c) Bestäm med hjälp av Taylors utveckling hur mycket varieras lösningar x_1 och x_2 ov vi varierar lite (med $\approx \pm 0.01$) parametern k.