GU **MAN 200+FIN400 Flervariabelanalys - VT 2001**
Matematik

Laboration 3. Kurvintegraler. Greensformel. Exakta differentalformer.

Senaste dag för redovisning är onsdag den 2 Maj.

Uppgift 1.

Skriv ett programm för att beräkna kurvintegraler på formen:

$$\int_\gamma Pdx + Qdy = \int_0^T \vec{F}(\vec{\gamma}(t)) \cdot \vec{\gamma}'(t)\, dt$$

där $\vec{F}(\vec{\gamma}) = \vec{F}(x, y) = (P(x, y), Q(x, y))$; $\quad \vec{\gamma}(t) = (x(t), y(t))$.

Integralen med avseende på t kan approximeras med formeln

$$\int_0^T \vec{F}(\vec{\gamma}(t)) \cdot \vec{\gamma}'(t)\, dt \approx \sum_1^N \vec{F}(\vec{\gamma}(t_i)) \cdot \vec{\gamma}'(t_i) d\Delta t$$

där $\Delta t = \dfrac{T}{N}, \quad t_i = \Delta t \cdot i$.

Funktioner $P(\vec{\gamma})$ $Q(\vec{\gamma})$, $\vec{\gamma}(t)$ är lämpligt att ha som externa funktioner.

Testa programmet på något enkelt exempel med exakt lösning.

Uppgift 2.

Betrakta området K begränsat av kurvan ∂K med parametrisk framställning:
$x(t) = 3\cos^3(t)$; $y(t) = 3\sin^3(t)$.
Alternativt kan du ta en ellips med olika halvaxlar.
a) Rita kurvan ∂K på skärmen.
b) Beräkna arean av området med hjälp av formeln

$$Arean = \frac{1}{2} \int_{\partial K} -ydx + xdy$$

.

Beräkna integralen approximativt med hjälp av programmet.

Uppgift 3. Beräkna med hjälp av programmet

$$\int \cos(2y)dx - 2x\sin(2y)dy$$

längs två olika kurvor som förenar punkten $(0, 0)$ med punkten $(1, 1)$. Du kan ta t.ex en rät linje och en del av cirkel med centrum i punkten $(1, 0)$.

Jämför resultat och förklara denna.