MATEMATIK
Göteborgs Universitet

Datum: Tid:
Hjälpmedel: Beta, eller Fysik handboken.

Tränings tenta i Flervariabelanalys. Del. 1. MAN200.

1. **Kedjeregeln.**
   Transformera ekvationen till nya oberoende variabler u, v och t.
   $(y+z+w)\frac{\partial w}{\partial x}+(x+z+w)\frac{\partial w}{\partial y}+(x+y+w)\frac{\partial w}{\partial z}=x+y+z$
   om nya variabler är $u=\ln(x-w)$, $v=\ln(y-w)$, $t=\ln(z-w)$, **(2p)**
   Svar: $\frac{\partial w}{\partial u}+\frac{\partial w}{\partial v}+\frac{\partial w}{\partial t}+3w+e^u+e^v+e^t=0$

2. **Extrempunkter och implicita funktioner.** Bestäm samtliga stationära punkter **(2p)** och lokala extrempunkter och deras typ **(3p)** för följande implicit funktion $u(x,y)$ definierad af ekvationen $2x^2+2y^2+u^2+8yu-u+8=0$ **(5p)**
   Svar: Lokalt minimum $u(0,-2)=1$, lokalt maximum $u(0,16/7)=-8/7$

3. **Optimering med bivillkor.** För en ellips med centrum i origo med ekvationen
   $$Ax^2+2Bxy+Cy^2=1$$
   bestäm dess halvaxlar, d.v.s. maximalt och minimalt avstånd a och b från origo för punkter på ellipsen. Det räcker att ange ekvationen som a och b uppfyller. **(4p)**
   Svar: $\lambda_1=a^2$ och $\lambda_2=b^2$ uppfyller ekvationen $(1-\lambda A)(1-\lambda C)-\lambda^2B^2=0$

4. **Upprepad integral.** Skriv om följande dubbelintegral med att ändra ordningen i integrering. Rita integrationsområdet. $\int_0^2 dy\int_{y^2}^{y+2} f(x,y)dx$ **(2p)**

5. **Dubbelintegraler med tillämpningar.** Beräkna tyngdpunkten av en platta begränsad av kurvan $\sqrt{x}+\sqrt{y}=\sqrt{a}$ och linjer $x=0$, $y=0$. **(3p)**
   Svar: $(\frac{a}{5},\frac{a}{5})$

6. **Variabelbyte i dubbelintegraler.** Beräkna med hjälp av något lämpligt variablebyte integralen
   $$\int_G (x+y)dxdy$$
   där G är begränsad av kurvor $y^2-2x=0$, $x+y=4$, $x+y=12$. **(3p)**
   Svar: $543\cdot\frac{11}{15}$

7. **Generaliserade dubbelintegraler.** Ange om följande generaliserade integraler är konvergenta.
   a) $\int_{x^2+y^2<1}\frac{1}{(x^2+xy+y^2)^{0.9}}dxdy$ **(3p)**
   Svar: konvergent.
   b) $\int_{R^2} e^{-(x^2+y^2)}\sin^2(x^2+y^2)dxdy$ **(2p)**
   Svar: konvergent.

Maxpoäng: 24 ; Godkänd: $12+\varepsilon$; Välgodkänd: 16,

Bonus poäng: 9 poäng för VG , 5 poäng för G på övningstentan.