Introduktionshemläxan.
Beräkna derivatan av följande funktioner.

847. $y(x) = \frac{x}{(1-x)^2(1+x)^3}$

860. $y(x) = \sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x}}}$

864. $y(x) = \sin(\cos^2 x) \cdot \cos(\sin^2 x)$

866. $y(x) = \sin(\sin(\sin x))$

888. $y(x) = \ln(\ln^2(\ln^3 x))$

895. $y(x) = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$

923. $y(x) = \arcsin(\sin x - \cos x)$

Svar

847. $y'(x) = \frac{1-x+4x^2}{(1-x)^3(1+x)^4}$

860. $y'(x) = \frac{1+2\sqrt{x}+4\sqrt{x}\cdot\sqrt{x+\sqrt{x}}}{8\sqrt{x}\cdot\sqrt{x+\sqrt{x}}\cdot\sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x}}}}$

864. $y'(x) = -\sin 2x \cdot \cos(\cos 2x)$

866. $y'(x) = \cos x \cdot \cos(\sin x) \cdot \cos(\sin(\sin x))$

888. $y'(x) = \frac{6}{x \cdot \ln x \cdot \ln(\ln^3 x)}, \quad x > e$

895. $y'(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$

923. $y'(x) = \frac{\sin x + \cos x}{\sqrt{\sin 2x}}, \quad 0 < x - k\pi < \pi/2, \quad k$ – *ett helt tal*

Hemläxan 1.
Beräkna gränser.

3003B. $\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^2+y^2}{\sqrt{x^2+y^2+1}-1}$

Använd Taylors utveckling för $\sqrt{1+z}$ med $z \to 0$.

3004B. $\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{\sqrt{x^2y^2+1}-1}{x^2+y^2}$

3005B. $\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{\sin(x^3+y^3)}{x^2+y^2}$

3008B. $\lim_{(x,y)\to(0,0)} \left(1 + x^2y^2\right)^{-\frac{1}{x^2+y^2}}$

Svar **3003B.** 2 ; **3004B.** 0 ; **3005B.** 0 ; **3008B.** 1 ;

Beräkna partiella derivator av funktioner.

3048.B $f(x,y) = \ln\left(\frac{\sqrt{x^2+y^2}-x}{\sqrt{x^2+y^2}+x}\right)$

MAN200

3049.B $f(x,y) = \arcsin\left(\frac{\sqrt{x^2-y^2}}{\sqrt{x^2+y^2}}\right)$

Beräkna partiella derivator av funktionen f vid $x = 0$, $y = 0$.

3087.B $f(x,y) = \frac{x\cos y - y\cos x}{1+\sin x+\sin y}$

Beräkna $\frac{du}{dt}$.

3124.B $u(t) = e^{x-2y}$ där $x = \sin(t)$, $y = t^3$.

3125.B $u(t) = z^2 + y^2 + zy$, där $z = \sin(t)$, $y = e^t$.

Svar.
3048.B $\frac{\partial f}{\partial x} = -\frac{2}{\sqrt{x^2+y^2}}$; $\frac{\partial f}{\partial y} = \frac{2x}{y\sqrt{x^2+y^2}}$;

3049.B $\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{xy\sqrt{2}}{(x^2+y^2)\sqrt{x^2-y^2}}$; $\frac{\partial f}{\partial y} = \frac{-x^2\sqrt{2}}{(x^2+y^2)\sqrt{x^2-y^2}}$

3087.B $\frac{\partial f}{\partial x}(0,0) = 1$; $\frac{\partial f}{\partial y}(0,0) = -1$

3124.B $e^{\sin t - 2t^3}(\cos t - 6t^2)$; **3125.B** $\sin 2t + 2e^{2t} + e^t(\sin t + \cos t)$

Hemläxan 2.

Ange ekvation för tangentplan till en given yta.

3413. $z = \sqrt{x^2+y^2} - xy$ i punkten $(3, 4, -7)$. (detta är funktions yta)

3415. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ i punkten $(\frac{a\sqrt{3}}{3}, \frac{b\sqrt{3}}{3}, \frac{c\sqrt{3}}{3})$

3418. $(z^2 - x^2)xyz - y^5 = 5$ i punkten $(1, 1, 2)$

3429. Visa att tangentplan till ytan $\sqrt{x} + \sqrt{y} + \sqrt{z} = \sqrt{a}$ skär sådana sträckor på koordinataxlarna att dess längder har summan lika med a.

Svar. **3413.** $17x + 11y + 5z = 60$. **3415.** $x/a + y/b + z/c = \sqrt{3}$.
3418. $2x + y + 11z - 25 = 0$

Tilläggande problem om tangentlinjer och tangentplan.
Bestäm tangentlinjer till kurvor i givna punkter.

3324. $x^3y + +y^3x = 3 - x^2y^2$, i punkten $(1, 1)$.

3325. $a^2(x^4 + y^4) - x^3y^3 = 9a^6$, i punkten $(a, 2a)$.

3326. $\cos(xy) = x + 2y$ i punkten $(1, 0)$.

Bestäm tangentplan till funktionsytor i givna punkter.

3410. $z = 2x^2 - 4y^2$, i punkten $(2, 1, 4)$.

3411. $z = xy$, i punkten $(1, 1, 1)$.

Bestäm tangentplan till nivåytan i given punkt.

3419. $4 + \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = x + y + z$, i punkten $(2, 3, 6)$.
Svar.
3324. $x + y = 2$; **3325.** $x - y + a = 0$; **3326.** $x + 2y - 1 = 0$;
3410 $8x - 8y - z = 4$; **3411** $x + y - z = 1$; **3419** $5x + 4y + z - 28 = 0$;