Naturvetenskaplig problemlösning HT 1998

1.(a) $\frac{2+3i}{1+2i}$; **(b)** $\frac{8}{(1+i)^3} + (1+i)^2$.

2.(a) $|(\sqrt{2}+1) - (\sqrt{2}-1)i|$; **(b)** $\left|\frac{10-7i}{12+i\sqrt{5}}\right|$.

3. Skriv på polär form: **(a)** $-i$; **(b)** $1-i$; **(c)** $-3-i\sqrt{3}$.

4. Beräkna **(a)** $(1-i)^{15}$; **(b)** $\left(\frac{1-\sqrt{3}i}{\sqrt{3}+i}\right)^{64}$.

5. Lös ekvationen **(a)** $z^2+3z+5=0$; **(b)** $z^2-z+1=0$.

Finn den allmänna lösningen till differentialekvationerna nedan. Där så förefaller naturligt, ange både komplex och reell lösning. Vilka av lösningarna är begränsade när $t \to \infty$, resp. $t \to -\infty$?

6. $x''(t) + 6x'(t) + 9x(t) = 0$.

7. $x''(t) + 6x'(t) + 8x(t) = 0$.

8. $x''(t) - x'(t) + x(t) = 0$.

9. $x''(t) - x'(t) - 2x(t) = 0$.

10. $x''(t) + x'(t) + x(t) = 0$.

Svar:

1.(a) $\frac{8}{5} - \frac{i}{5}$; (b) -2; 2.(a) $\sqrt{6}$; (b) 1; 3.(a) $\cos\frac{3\pi}{2} + i\sin\frac{3\pi}{2} = e^{i\frac{3\pi}{2}}$; (b) $\sqrt{2}(\cos\frac{7\pi}{4} + i\sin\frac{7\pi}{4}) = \sqrt{2}e^{i\frac{7\pi}{4}}$; (c) $2\sqrt{3}(\cos\frac{7\pi}{6} + i\sin\frac{7\pi}{6}) = \sqrt{3}e^{i\frac{7\pi}{6}}$; 4.(a) $128 + 128i$ (skriv på polär form!); (b) 1 (skriv på polär form!); 5.(a) $-\frac{3}{2} \pm i\frac{\sqrt{11}}{2}$; (b) $\frac{1}{2} \pm i\frac{\sqrt{3}}{2}$; 6. $C_1e^{-3t} + C_2te^{-3t}$; 7. $C_1e^{-4t} + C_2e^{-2t}$; 8. $C_1e^{t/2}\cos\frac{\sqrt{3}t}{2} + C_2e^{t/2}\sin\frac{\sqrt{3}t}{2}$; 9. $C_1e^{-t} + C_2e^{2t}$; 10. $C_1e^{(-\frac{1}{2}+\frac{i\sqrt{3}}{2})t} + C_2e^{(-\frac{1}{2}-\frac{i\sqrt{3}}{2})t}$; $(C_1, C_2 \in ???$, reell lösning?).