

**MMA 210 HÖGRE DIFFERENTIALKALKYL/ADVANCED
DIFFERENTIAL CALCULUS. INL. UPP. LV2 (LÄMNAS
LV3=V38)**

1. Antag en funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ uppfyller följande villkor: f avbildar öppna mängder till öppna mängder (dvs $f(U)$ är öppen om U är öppen). Måste f vara kontinuerlig? Antag ytterligare att f är injektiv (dvs en-entydig). Måste f vara kontinuerlig?

2. Antag $f : S \rightarrow S$ är en kontinuerlig avbildning, där $S = \{z \in \mathbb{C}; |z| = 1\} = \{e^{i\theta}; 0 \leq \theta < 2\pi\}$ är enhetscirkeln. Bevisa att det finns en kontinuerlig avbildning $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, som uppfyller $g(\theta + 2\pi) = g(\theta) + 2\pi k$ för något heltal k , sådan att

$$f(e^{i\theta}) = e^{ig(\theta)}$$

(Bevis: Studera först ett exempel till ex $f(z) = z^2$. Försök konstruera g lokalt och använder kompakteten av S)