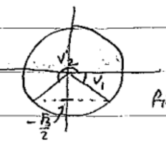
1 a) 

fig 1

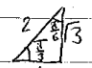


fig 2

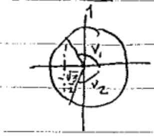
$\arcsin\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{\pi}{3}$ från figur 2

V_1 går $\frac{\pi}{3}$ medsols, alltså har vi

$V_1 = -\frac{\pi}{3} + 2n\pi$ där $2n\pi$ lägger till hela varv.

5

V_2 ligger $\frac{\pi}{3}$ rad motsols efter π rad motsols så $V_2 = \pi + \frac{\pi}{3} + 2n\pi = \frac{4\pi}{3} + 2n\pi$

b) 

$\arccos\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{\pi}{6}$ från figur 2.

V_1 går π rad motsols och $\frac{\pi}{6}$ rad tillbaka

$V_1 = \pi - \frac{\pi}{6} + 2n\pi = \frac{5\pi}{6} + 2n\pi$

V_2 gör motsvarande manöver fast medsols.

$V_2 = -\frac{5\pi}{6} + 2n\pi$

5

c) Se figurer i a och b

5

2) Detta kan tolkas som ett ekvationssystem

$$
\begin{aligned}
2x + 4y + z &= 21 \\
x + 4y + 2z &= 24 \\
6x + 8y + 4z &= 56
\end{aligned}
$$

Vi ser att $2 \cdot$rad2 $-$ rad3 eliminerar y & z:

$(2x + 8y + 4z) - (6x + 8y + 4z) = 48 - 56 \iff$

$-4x = -8$ [redacted] $\iff x = 2$ [redacted]

Vi ser att rad1 $-$ rad2 eliminerar y:

$(2x + 4y + z) - (x + 4y + 2z) = 21 - 24 \iff$

$x - z = -3 \iff \{\text{ty } x = 2\} \iff 2 - z = -3 \iff z = 5$

stoppa in $x = 2$, $z = 5$ i rad 1 exempelvis:

$4 + 4y + 5 = 21 \iff 4y = 12 \iff y = 3$

$\therefore x = 2, y = 3, z = 5$

Telefon 1 är billigast och kostar 2000 kr

3) Vi stoppar in $x = 3$ i VL: $VL = 3^3 - \frac{8}{3} \cdot 3^2 - \frac{11}{9} \cdot 3 + \frac{2}{3} = 27 - 8 \cdot 3 - \frac{11}{3} + \frac{2}{3}$

$= 27 - 24 - \frac{9}{3} = 27 - 24 - 3 = 27 - 27 = 0 = HL$

$VL = HL$, alltså är $x = 3$ en rot.

Vi utför polynomdivision för att få ut de andra rötterna (vi utnyttjar faktorsatsen):

$$
\begin{array}{l}
\quad x^2 + \frac{1}{3}x - \frac{2}{9} \\
\hline
x^3 - \frac{8}{3}x^2 - \frac{11}{9}x + \frac{2}{3} \quad \underline{|\ x-3} \\
-(x^3 - 3x^2) \\
\qquad \frac{1}{3}x^2 - \frac{11}{9}x + \frac{2}{3} \\
\quad -(\frac{1}{3}x^2 - x) \\
\qquad\qquad -\frac{2}{9}x + \frac{2}{3} \\
\qquad\quad -(-\frac{2}{9}x + \frac{2}{3}) \\
\hline
\qquad\qquad\quad 0 = \text{rest}
\end{array}
$$

Lös nu: $x^2 + \frac{1}{3}x - \frac{2}{9} = 0 \iff$

$(x + \frac{1}{6})^2 - \frac{1}{36} - \frac{2}{9} = 0 \iff$

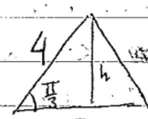
$(x + \frac{1}{6})^2 - \frac{1}{36} - \frac{8}{36} = 0 \iff$

$(x + \frac{1}{6})^2 = \frac{9}{36} \Rightarrow$

$x = -\frac{1}{6} \pm \frac{3}{6}$

$x = -\frac{1}{3} \lor x = \frac{1}{3}$

4) Vänd på triangeln:



$\sin(\frac{\pi}{3}) = \frac{h}{4} \iff h = 4\sin(\frac{\pi}{3})$

Arean av triangeln blir $(\frac{bh}{2})$ $\frac{3 \cdot 4 \cdot \sin(\frac{\pi}{3})}{2} = 6\sin(\frac{\pi}{3}) = 6 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}$

5a) $x = \frac{2}{3} + \frac{2}{3} + \frac{2}{3} + \frac{3}{x} = \frac{6}{3} + \frac{3}{x} = 2 + 3/x \Rightarrow x^2 = 2x + 3 \Rightarrow x^2 - 2x - 3 = 0$

$\uparrow$ $\frac{10/5}{15/5}$ $\uparrow$ $\frac{70/35}{105/35}$ $\Rightarrow x = 1 \pm \sqrt{4} \Rightarrow$ $x_1 = 3$, $x_2 = -1$

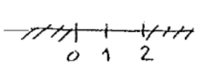
pröva rötterna: $3 = 2 + \frac{3}{3} = 2 + 1$ ok

$-1 = 2 + \frac{3}{-1} = 2 - 3$ OK

$\therefore x = 3$ eller $x = -1$

b) Vi ser att $x^2 - 2x + 1 = (x-1)^2$ så vi har:

$1 < \sqrt{(x-1)^2} = |x - 1|$ vilket ger (när vi ritar):



dvs $x > 2$ eller $x < 0$

c) $3x^2-2x+1 = 3\left(x^2-\frac{2}{3}x+\frac{1}{3}\right) = 3\left(\left(x-\frac{1}{3}\right)^2-\frac{1}{9}+\frac{1}{3}\right)$

$= 3\left(x-\frac{1}{3}\right)^2-\frac{1}{3}+1 = 3\left(x-\frac{1}{3}\right)^2+\frac{2}{3}$

Vi har inget största värde men minsta värde uppnås då $x=\frac{1}{3}$ och är $\frac{2}{3}$

d) Vi ser om $x=2$ är en rot till $x^{22}-2x^{21}-x^{18}+2x^{17}+6x-1$
(faktorsatsen): $2^{22}-\underbrace{2\cdot 2^{21}}_{2^{22}}-2^{18}+\underbrace{2\cdot 2^{17}}_{2^{18}}+\underbrace{6\cdot 2}_{12}-12 = 0$ ok

$\therefore$ Vi får rest 0!

6) $\frac{x}{x+2} < \frac{x+1}{x+a} \iff \frac{x}{x+2}-\frac{x+1}{x+a} < 0 \iff \frac{x(x+a)-(x+1)(x+2)}{(x+2)(x+a)} < 0$

Vi noterar att: 1) $x+2>0$ ty $x>-2$ enligt uppgift
2) ~~$x+a>0$ ty $x+a<0$ ger $x<-a$ vilket är~~
omöjligt ty x ej begränsad uppåt.

Detta innebär att nämnare >0 och alltså ska täljare <0 om allt ska vara uppfyllt.

$\therefore$ $x(x+a)-(x+1)(x+2) < 0 \iff x^2+ax-(x^2+3x+2) < 0$
$\iff x(a-3)-2 < 0$

Eftersom $x>-2$ har vi ~~dels~~ $0 > x(a-3)-2 > -2(a-3)-2$
vilket ger $2a>4 \iff a>2$
vi har även att x inte har en övre begränsning så (för positiva värden på x) $a < 3+\frac{2}{x} \to 3$ när $x\to\infty$.
$\therefore$ $2<a<3$

Vi kontrollerar även fallen $a=2$ och $a=3$ eftersom vi tappat information i alla omskrivningar:
$a=2$: $\frac{x}{x+2} < \frac{x+1}{x+2} \Rightarrow \frac{-1}{x+2} < 0 \Rightarrow$ ok för $x>-2$
$a=3$: $\frac{x}{x+2} < \frac{x+1}{x+3} \Rightarrow \frac{-2}{(x+2)(x+3)} < 0 \Rightarrow$ ok för $x>-2$

$\therefore$ $2 \le a \le 3$