MATEMATIK
Göteborgs Universitet
Tentamen i Matematik 1 (MMG200), Inledande algebra.
Datum: 2016-10-24.
Hjälpmedel: Inga, ej heller räknedosa.
Telefonvakt: Stefan Lemurell, 031-772 5303.

OBS: Motivera dina svar väl. Det är i huvudsak beräkningar och motiveringarna som ger poäng inte svaret.
För godkänt krävs minst 12 poäng och för väl godkänt minst 18 poäng.

---

1. (a) Ge definitionerna av att en funktion är injektiv, surjektiv respektive bijektiv.

   (b) Ge exempel på tre (olika) funktioner med de naturliga talen som både definitonsmängd och målmängd där en är injektiv men inte surjektiv, en är surjektiv men inte injektiv och en är bijektiv. (3p)

2. Formulera och bevisa aritmetikens fundamentalsats. (4p)

3. Låt G vara en mängd och $\star$ en operator på G. Ge axiomen för att $\langle G, \star \rangle$ är en abelsk (=kommutativ) grupp. (2p)

4. (a) Beräkna $\text{sgd}(1173, 363)$.

   (b) Bestäm alla lösningar $x, y \in \mathbb{Z}$ till $1173x + 363y = 9$. (3p)

5. (a) Ur en klass med 14 killar och 12 tjejer ska man välja ut ett lag på 5 elever till skolans matematiktävling. Det måste vara minst två tjejer och minst två killar. Hur många olika möjligheter finns det att välja ut laget? (För full poäng ska man ha förenklat svaret så långt att det är en produkt av explicit angivna positiva heltal.)

   (b) När man räknade ut på hur många sätt k element av n kan permuteras så fick man svaret 210. Vilka möjliga värden kan det ha varit på paret k och n? För full poäng måste man motivera att listan är komplett. (4p)

6. Visa att varje positivt heltal n uppfyller

$$\frac{(2n)!}{(n!)^2} \leq 2^{2n-1}.$$

(3p)

Var god vänd!

7. Visa att talet $n^2(n^2-1)(n^2-4)$ är delbart med 360 för varje heltal n. (3p)

8. Låt f_n vara antalet följder av längd n av siffrorna 1, 2 och 3 sådana att det ingenstans står en etta omedelbart före en tvåa. Finn en rekursiv formel för följden $f_1, f_2, f_3, \ldots$. (3p)

Tentorna beräknas vara färdigrättade den 10 november. Ditt resultat meddelas via (GU-)mail från Ladok. Ett granskningstillfäller kommer att meddelas på kurshemsidan. Därefter kan skrivningar granskas och hämtas ut på expeditionen.

LYCKA TILL! Stefan.