

Linjär algebra, MMG200 del 2.

Skriv din kod på samtliga inlämnade papper. Fyll i omslaget ordentligt.

Betygsgränser: 12 - 17 p. ger betyget G, 18 - 25 p. ger betyget VG.

Lösningar läggs ut på kursens webbsida.

Uppgift 1 kan ge 4p. Övriga kan ge 3p. Ordlista finns på baksidan.

1. Nedan ges åtta påståenden. Avgör för vart och ett av dem om det är sant eller falskt. Du behöver ej ge motiveringar utan svarar bara sant eller falskt. Rätt svar ger 0,5 p, fel svar -0,5 p och inget svar ger 0 p. Dock inte mindre än 0 p på hela uppgiften.

- (a) Vektorn $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ är egenvektor till matrisen $\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$.
- (b) Planen $-x + 2y - 3z = 2$ och $x - y - z = 5$ är ortogonala mot varandra.
- (c) Om v_1, v_2, v_3 är linjärt beroende så är också v_1, v_2, v_3, v_4 linjärt beroende.
- (d) Om $PA = BP$ där P är inverterbar så har A och B samma egenvektorer.
- (e) Om $x_1, \dots, x_p$ är linjärt beroende vektorer i $\mathbb{R}^n$ så är någon av dem en linjärkombination av de övriga.
- (f) Om $\det A = 1$ så har $Ax = b$ lösning för varje b .
- (g) Om x_1 och x_2 båda är lösningar till ekvationssystemet $Ax = b$ så är också $2x_1 + x_2$ en lösning.
- (h) Om A är en 4×5 -matris med 3 pivokolonner så är nollrummet en delmängd av $\mathbb{R}^2$.

2. Visa att om A är en $n \times n$ -matris som har n stycken linjärt oberoende egenvektorer så är A diagonaliserbar.

3. Visa att om T är en linjär avbildning från $\mathbb{R}^n$ till $\mathbb{R}^m$ så är $T(x) = Ax$ där kolonnerna i A utgörs av vektorerna $T(e_1), \dots, T(e_n)$ där $e_1, \dots, e_n$ är standardbasen i $\mathbb{R}^n$.

4. Givet punkterna $P_1 = (1, -1, 0)$, $P_2 = (-2, 1, 1)$ och $P_3 = (2, -1, 2)$ i en ON-bas i rummet.

- (a) Bestäm ekvationen för planet som innehåller de tre punkterna.
- (b) Bestäm ekvationen för den linje som är vinkelrät mot planet och går genom tyngdpunkten i triangeln med hörn i dessa punkter.

5. Diagonalisera matrisen $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ samt beräkna A^8 .

6. Bestäm en bas för kolonnrummet och en bas för nollrummet till matrisen $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$.

7. Anpassa med hjälp av minsta-kvadrat-metoden en andragradskurva $y = at^2 + bt + c$ till följande mätdata.

$$\begin{array}{c|cccc} t_i & -2 & -1 & 0 & 1 \\ \hline y_i & 2 & 0 & 0 & 1 \end{array}$$

8. Låt V vara det underrum i $\mathbb{R}^4$ som spänns av vektorerna $(1, 1, -1, 0)^T$, och $(1, -1, 1, -2)^T$. Bestäm ON-baser för V och $V^\perp$.

Lycka till!
Sven

Engelskt ord

adjoint, adjugate
algorithm
angle
augmented matrix
auxiliary (equation)
backward (phase)
basic variable
basis
belongs to
change of basis
collinear (vectors)
column
column space
composition of linear transformations
condition
condition number
consistent system
constraint
dimension
distinct
domain
dot product
echelon (matrix)
eigenvalue, eigenvector
equivalent
finite (dimensional)
forward (phase)
general solution
homogeneous equation
identity matrix
if and only if
image
inconsistent (system)
inner product
inverse, invertible
kernel
least-square (method)

Svenskt ord

adjunkt, adjungerad matris
algoritm, räknescema
vinkel
totalmatris, utvidgad matris
hjälp(ekvation), ibl. karakteristisk ekvation
bakåt (fas)
bunden variabel, basvariabel,
bas
tillhör
basbyte
parallella (vektorer)
kolonn
kolonrum
sammansatt linjär avbildning
villkor
konditionstal
lösbart system
restriktion, villkor
dimension
distinkta, olika
definitions mängd
skalärprodukt
trappstegs(matris)
egenvärde, egenvektor
ekvivalent, likvärdig
ändligt (dimensionel)
framåt (fas)
allmän lösning
homogen ekvation
enhets matris, identitets matris
om och endast om
bild
olösbart (system)
skalärprodukt
invers, inverterbar
kärna, nollrum
minsta-kvadrat(-metoden)

linear combination
linearly (in)dependent
linear span
lower triangular
mapping
necessary (condition)
nonsingular (matrix)
nontrivial (solution)
null space
one-to-one
onto
orthonormal
overdetermined system
range
rank
reduced echelon matrix
row space
satisfy
set
singular
solution
solution set
span, linear span
spanning set
submatrix
subspace
sufficient condition
trace
transfer matrix
transformation
transpose
underdetermined system
unique
unit vector
upper triangular
vector space
weight
zero(vector)

linjär kombination
linjärt (o)beroende
linjärt hölje
undre triangulär
avbildning, transformation
nödvändigt (villkor)
inverterbar (matris), icke-singulär
icke-trivial (lösning)
nollrum
injektiv (ev. en-entydig)
surjektiv, på
ortonormerad
överbestämt system
värdemängd
rang
radkanonisk matris, reducerad trappstegsmatris
radrum
satisfiera, uppfylla
mängd
icke-inverterbar, singulär
lösning
lösningssmängd
(linjärt) hölje
mängd som spänner upp, uppspannande mängd
undermatris
undertrum, delrum
tillräckligt villkor
spår
överföringsmatris
transformation, avbildning
transponat
underbestämt system
entydigt bestämd
enhetsvektor
övre triangulär
vektorrum, linjärt rum
vikt
noll(vektor)