

Linjär algebra, MMG200 del 2.

Skriv din kod på samtliga inlämnade papper. Fyll i omslaget ordentligt.

Betygsgränser: 12 - 17 p. ger betyget G, 18 - 25 p. ger betyget VG.

Lösningar läggs ut på kursens webbsida.

Uppgift 1 kan ge 4p. Övriga kan ge 3p. Ordlista finns på baksidan.

-
1. Nedan ges åtta påståenden. Avgör för var och ett av dem om det är sant eller falskt. Du behöver ej ge motiveringar utan svarar bara sant eller falskt. Rätt svar ger 0,5 p, fel svar -0,5 p och inget svar ger 0 p. Dock inte mindre än 0 p på hela uppgiften.
 - (a) Om $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3, \mathbf{v}_4$ är linjärt beroende så är också $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3$ linjärt beroende.
 - (b) Om A och B är kvadratiska matriser och AB är inverterbar så är A och B också inverterbara.
 - (c) Om A saknar egenvärde så är $\det A \neq 0$.
 - (d) Om $\text{Col}(A)$ och $\text{Nul}(A)$ har dimension 3 respektive 4 så är $\text{Col}(A)$ en delmängd av R^7 .
 - (e) Om $\text{Col}(A)$ och $\text{Nul}(A)$ har dimension 2 respektive 3 så är $\text{Nul}(A)$ en delmängd av R^5 .
 - (f) Om ekvationssystemet $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ har entydig lösning för något $\mathbf{b} \in R^m$ så måste A vara kvadratisk.
 - (g) Om ekvationssystemet $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ har entydig lösning för alla $\mathbf{b} \in R^m$ så måste A vara kvadratisk.
 - (h) Om A är en 2×3 -matris och B är en 3×2 -matris så är $AB = BA$
 2. Formulera och bevisa Pythagoras sats i R^n
 3. Bevisa den associativa lagen för matrismultiplikation, $A(BC) = (AB)C$. Det får anses känt att $A(B\mathbf{x}) = (AB)\mathbf{x}$ för en kolonnvektor \mathbf{x} .
 4. (a) Bestäm skärningslinjen mellan de två planen $2x - 2y - 2z = 3$ och $x - 2y + 2z = 1$ på parameterform.
(b) Bestäm ekvationen, på normalform, för det plan som är vinkelrätt mot de båda planen och som innehåller punkten $(1, 2, -1)$.
 5. Bestäm en ON-bas för nollrummet till matrisen $\begin{pmatrix} 2 & -4 & 3 & 1 \\ 1 & -2 & 3 & 2 \\ -1 & 2 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.
 6. (a) Visa att $\mathbf{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ inte ligger i kolonrummet till $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.
(b) Lös approximativt med minstakvadratmetoden ekvationssystemet $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$.
 7. Bestäm talföljderna x_n och y_n om $x_0 = 1$, $y_0 = 10$ och $\begin{cases} x_{n+1} = 3x_n + 2y_n \\ y_{n+1} = 4x_n + y_n \end{cases}$.
 8. Låt $F(\mathbf{u})$ vara den ortogonala projektionen av \mathbf{u} på det underrum till R^3 som spänns av vektorerna $(1, 1, -1)^T$ och $(1, 3, -5)^T$. Bestäm avbildningsmatrisen för F .

Lycka till!
Sven

Engelskt ord	Svenskt ord
adjoint, adjugate	adjunkt, adjungerad matris
algorithm	algoritm, räkneschema
angle	vinkel
augmented matrix	totalmatris, utvidgad matris
auxiliary (equation)	hjälp(ekvation), lbl. karakteristisk ekvation
backward (phase)	bakåt (fas)
basic variable	bunden variabel, basvariabel,
basis	has tilhör
belongs to	basbytte
change of basis	
collinear (vectors)	parallella (vektorer)
column	kolonn
column space	kolonrrum
composition of linear transformations	sammansatt linjär avbildning
condition	villkor
condition number	konditionstal
consistent system	lösbart system
constraint	restriktion, villkor
dimension	dimension
distinct	distinkta, olika
domain	definitionsmängd
dot product	skalarprodukt
echelon (matrix)	trappstegs(matris)
eigenvalue, eigenvector	egenvärde, egenvektor
equivalent	ekväivalent, likvärdig
finite (dimensional)	ändligt (dimensionell)
forward (phase)	framåt (fas)
general solution	allmän lösning
homogeneous equation	homogen ekvation
identity matrix	enhetsmatris, identitets matris
if and only if	om och endast om
image	bild
inconsistent (system)	olösligt (system)
inner product	skalarprodukt
inverse, invertible	Invers, inverterbar
kernel	kärna, nollrum
least-squares (method)	minsta-kvartrand(-metoden)

adjunkt, adjungerad matris	linjär kombination
algorithm	linjärt (in)dependent
angle	linear span
augmented matrix	lower triangular mapping
auxiliary (equation)	necessär (condition)
backward (phase)	nonsingular (matrix)
basic variable	nontrivial (solution)
basis	null space
belongs to	one-to-one
change of basis	onto
collinear (vectors)	orthonormal
column	overdetermined system
column space	range
composition of linear transformations	rank
condition	reduced echelon matrix
condition number	row space
consistent system	satisfy
constraint	set
dimension	singular
distinct	solution
domain	solution set
dot product	span, linear span
echelon (matrix)	spanning set
eigenvalue, eigenvector	submatrix
equivalent	subspace
finite (dimensional)	sufficient condition
forward (phase)	trace
general solution	transfer matrix
homogeneous equation	transformation
identity matrix	transpose
if and only if	underbestämt system
image	unique
inconsistent (system)	unit vector
inner product	upper triangular
inverse, invertible	vector space
kernel	weight
least-squares (method)	zero(vector)
	noll(vektor)