



MMG400 Linjär Algebra II, 7.5 hp

GÖTEBORGS UNIVERSITET

Modelltenta

Typiskt utseende på tentamen, Hösten 2016

Alexander Stolin, astolin@chalmers.se

Johannes Borgqvist, johborgq@chalmers.se

18 oktober 2016

Innehåll

1	En teoretisk fråga	i
2	Spektralteori med specifikt fokus på diagonalisering	i
3	Tillämpningar på spektralteori	i
4	Skalärproduktsrum	i
5	Spektralteori & skalärproduktsrum	ii
6	Jordans normalform	ii

1 En teoretisk fråga

Denna uppgift kommer att utgöras av en av de teoretiska frågorna som beskrivs i dokumentet "Möjliga teoretiska frågor". (4p)

2 Spektralteori med specifikt fokus på diagonalisering

Diagonalisera matrisen

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 6 & 7 \\ 0 & 0 & 4 & 1 \\ 0 & 0 & 3 & 6 \end{pmatrix} \quad (4p)$$

3 Tillämpningar på spektralteori

Lös systemet av differentialekvationer

$$\begin{cases} \mathbf{x}'(t) = A \cdot \mathbf{x}(t) \\ \mathbf{x}(0) = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} \end{cases} \quad (4p)$$

där

$$A = \begin{pmatrix} 7 & -1 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}$$

4 Skalarproduktsrum

Låt V vara ett vektorrum som består av alla polynom med reella koefficienter av grad ≤ 3 . Låt oss definiera följande *skalärprodukt* på V .

$$\langle f(t), g(t) \rangle = \int_{-1}^1 f(t) \cdot g(t) \, dt \quad (1)$$

- (a) Bestäm $\dim(V)$. (1p)
- (b) Kontrollera att skalärprodukten i ekvation 1 uppfyller alla krav i definitionen av skalärprodukten. (1p)
- (c) Bestäm en ON-bas till V . (3p)

5 Spektralteori & skalärproduktsrum

Givet matrisen

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 2 \\ 2 & 0 & 2 \\ 2 & 2 & 0 \end{pmatrix} \quad (4p)$$

hitta någon ON-bas B i $\mathbb{R}^3$ sådan att $[A]_B$ är diagonal.

6 Jordans normalform

Vilken är Jordans normalform, beteckna den J , till nedanstående matris A ?

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 & 0 \\ -1 & 5 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 3 \end{pmatrix} \quad (5p)$$