

## Tentamen MMGF10

Torsdag 22 oktober 2009, kl. 08.30-13.30

Om inget annat anges, skall den fullständiga lösningen på uppgiften redovisas, inklusive räkningar, eventuella hänvisningar till satser och motiveringar. Varje uppgift ger maximalt tre poäng utom den första som ger 4 poäng.

1. På den här uppgiften skall du bara ge svar. (En poäng per deluppgift.)

(a) Beräkna

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4 \sin x^2}{3x \sin x + 5x^2}.$$

(b) Bestäm  $f'(x)$  då  $f(x) = (1+x)^x$ .

(c) Bestäm talet  $q$  så att linjerna  $(x, y) = (2, -2) + t(1, 2)$  och  $x + qy = 5$  blir parallella. Ange en vektor skild från nollvektorn som är vinkelrät (ortogonal) mot vektorerna  $(5, 3, 1)$  och  $(4, -2, -2)$ .

(d) Vektorerna  $(2, 1, 4)$  och  $(1, 2, 3)$  spänner upp ett plan, som innehåller origo. Ange planets ekvation på normalform.

2. Nedan ges sex påståenden. Avgör för vart och ett av dem om det är sant eller falskt. Rätt svar ger 0,5 poäng, fel svar -0,5 poäng och inget svar 0 poäng. Du kan inte få mindre än 0 poäng på hela uppgiften.

(a)  $\arcsin(\sin \frac{5\pi}{6}) = \frac{\pi}{6}$ .

(b) Ortogonal projektionen av vektorn  $\mathbf{v} = (1, -3, 3)$  på vektorn  $\mathbf{u} = (-1, 1, 2)$  är  $(\frac{1}{3}, \frac{-2}{3}, 1)$ .

(c) Det finns en deriverbar funktion  $f$  sådan att  $f(0) = 0$ ,  $f(1) = 0$  men  $f'(x) \neq 0$  för alla  $x$  mellan 0 och 1

(d) Standardmatrisen för vridning i planet vinkeln  $\frac{\pi}{2}$  moturs kring origo är

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

(e) Det går att bestämma  $f(0)$  så att funktionen  $f$ , definierad genom

$$f(x) = \frac{e^{x+2\ln 3} - 9}{x}$$

blir kontinuerlig.

(f) Linjerna  $(x, y, z) = (0, 1, 1) + t(1, -1, 2)$  och  $(x, y, z) = (-1, 2, 1) + t(-1, -1, 0)$  skär varandra.

3. Låt  $\mathbf{u} = (1, -1, 1)$ ,  $\mathbf{v} = (0, 2, 1)$  och  $\mathbf{w} = (2, -3, 1)$ . Finn  $a$  och  $b$  så att  $a\mathbf{u} + b\mathbf{v} = \mathbf{w}$ .

4. Rita kurvan

$$y = \frac{1}{x(x-1)}$$

i stora drag.

5. Bestäm avståndet från punkten  $P = (1, -2, 3)$  till planet med ekvation  $x - 2y - 2z + 3 = 0$ .

6. Avgör om vektorerna

$$\mathbf{u}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{u}_2 = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \\ -7 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{u}_3 = \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \\ 7 \\ 1 \end{bmatrix}?$$

är linjärt beroende eller linjärt oberoende.

7. Finn största och minsta värde av funktionen  $f$ , definierad för  $x \in [\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}]$  genom  $f(x) = e^{-x} \cos x$ .

8. Finn en ortogonalbas i rummet som innehåller vektorn  $(1, 0, 1)$ . Bestäm sedan koordinaterna för vektorn  $(-1, 3, 5)$  i denna bas.