

MMGF11 - Analys och Linjär algebra, 2015

Laborationsuppgift nummer I, del 1: Grafer och flygplansrutter

En så kallad **riktad graf** består av ett antal numrerade **noder** (punkter) sammanbundna med **riktade länkar** (pilar). I exemplet i figur 1 har vi 4 noder och 6 riktade länkar.

Kopplingsmatrisen till en riktad graf definieras som matrisen A med element

$$a_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{om det finns en länk från } i \text{ till } j \\ 0 & \text{annars} \end{cases}.$$

Kopplingsmatrisen till den riktade grafen i figur 1 är alltså $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$.

Tillämpning: Flygrutterna hos ett flygbolag kan beskrivas med en riktad graf där flygplatserna är noder och direktrutterna är riktade länkar. Anta att ett flygbolag i Kalifornien har följande enkla flygningar (direktrutter).

från	till
San Francisco	Fresno
San Francisco	Monterey
Los Angeles	San Francisco
Los Angeles	Sacramento
Sacramento	San Francisco
Sacramento	Fresno
Fresno	Sacramento
Fresno	Los Angeles
Monterey	Los Angeles

Uppgifter:

- Numrera städerna enligt: (1) Los Angeles, (2) San Francisco, (3) Monterey, (4) Fresno, (5) Sacramento och rita (för hand) motsvarande graf.
- Ta fram kopplingsmatrisen och lägg in den i MATLAB.
- Beräkna A^2 . Elementet på plats (i, j) i A^2 är antalet rutter från plats i till plats j som använder *exakt två enkla flygningar* dvs. *exakt en mellanlandning*. Förklara detta i detalj genom att studera hur elementet på plats $(2, 1)$ i A^2 räknas fram genom en skalärprodukt.
- Beräkna $A + A^2$. Vad säger elementet på plats (i, j) i denna matris om flygningar?
- Antag att du vill åka från en godtycklig stad till en annan godtycklig stad. Vilket är det största antal flygningar som du behöver göra mellan två städer dvs. från en plats i till en plats j ? Räkna ut detta på lämpligt sätt genom att använda kopplingsmatrisen och förklara med matrisalgebra.

Vid redovisning krävs. Handritad graf, efterfrågade matriser och svar på frågorna med förklaringar genom matrisalgebra.

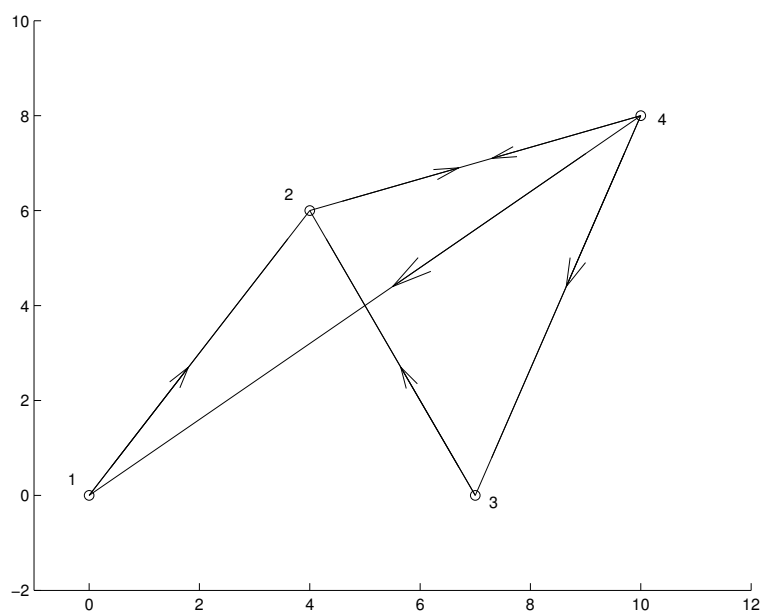


Figure 1: En riktad graf med 4 noder och 6 riktade länkar