MATEMATIK
Göteborgs universitet

Inga hjälpmedel
Tele: Ragnar Freij
0703-08 83 04
Lärares närvaro i sal: ca 9.30 och 10.30

Tentamen i MMGF20 Flervariabelanalys (Fysikprogrammet), 7,5hp, 2010 13 11, kl 8.30–11.30.

1. Bestäm en ekvation för tangentplanet till ytan $x^2 + xy^3 = z^2x$ i punkten $(3, 1, 2)$. 3p

2. Bestäm de stationära punkterna till $f(x, y) = x^2y + 2xy^2 + xy$ och avgör deras karaktär.(Sadelpunkt, max- eller min-punkt, eller ingetdera.) 3p

3. Beräkna $\iint_D (x^2 + y)\, dx\, dy$, där D ges av $x^2 + y^2 \leq 4$, $y \geq 0$. 3p

4. Kroppen som ges av $x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$, $x \geq 0$, $y \geq 0$, $z \geq 0$ har i punkten (x, y, z) densiteten $\rho(x, y, z) = yz$. Bestäm kroppens massa. 3p

5. Bestäm det största och minsta värdet som funktionen $f(x, y) = x - y/\sqrt{2} + xy/2$ antar på ellipsen $4 = 2x^2 + y^2$. 3p

6. Bestäm det arbete som kraftfältet

$$\mathbf{F} = (y + 4xy \arctan(z^2), (8 - 4y^2) \arctan(z^2), 4x^2zy/(1 + z^4))$$

utför då en partikel för sig längs kurvan som ges av $4 = z^2 + y^2$, $z \geq 0$, $z^2 = x^2 + y^2$ ett varv moturs, sett från positiva z-axeln. 3p

7. (a) Vad menas med riktningsderivatan av funktionen f i punkten (a, b) i riktningen $\mathbf{v} = (v_1, v_2)$? (Definitionen efterfrågas, **inte** hur man räknar ut den!)

   (b) Beräkna $f_{\mathbf{v}}(1, 2)$, när $f(x, y) = x^2y$ och $\mathbf{v}$ är den riktning som bestäms av $(3, -4)$.

   (c) I vilken riktning är riktningsderivatan av $f(x, y) = x^2y$ störst i punkten $(1, 2)$?

8. Antag att $\mathbf{F} = (P, Q)$ är ett vektorfält i planet där P och Q är kontinuerliga i ett öppet område Ω i planet.

   Antag vidare att $\int_\gamma P\, dx + Q\, dy$ bara beror på kurvans start och slutpunkt för varje kontinuerlig kurva γ i Ω.

   Visa att $\mathbf{F}$ då har en potential.

Betygsgränser: 12p för Godkänd, 18p för Väl godkänd.

Efter skrivningstidens slut finns lösningar på kursens webbsida:

http://www.math.chalmers.se/Math/Grundutb/GU/MMGF20/V10/

JAS