MATEMATIK
Göteborgs universitet

Inga hjälpmedel
Tele: Urban Larsson
0703-08 83 04
Lärares närvaro i sal: ca 9.30 och 11.30

Tentamen i MMGF20 Flervariabelanalys (Fysikprogrammet), 7,5hp, 2010 06 07, kl 8.30–13.30.

1. Bestäm en ekvation för tangentplanet till grafen av funktionen $f(x,y) = x^2y + 3xy$ i den punkt där $x = 1$ och $y = 2$ 3p

2. Bestäm det största och minsta värdet som funktionen
$$f(x,y) = -3y + \frac{3x}{2} + \frac{x^2}{2} + y^2$$
antar på kurvan som ges av
$$\frac{x^2}{3} + \frac{2y^2}{3} = 1.$$
Motivera att största och minsta värden antas av funktionen! 3p

3. Lös den partiella differentialekvationen
$$y\frac{\partial f}{\partial x} + 2\frac{\partial f}{\partial y} = x + y,$$
t.ex. genom att göra variabelbytet
$$\begin{cases} u = ax + y^2 \\ v = y \end{cases}$$
för lämplig konstant a. 3p

4. Beräkna
$$\iint_D y^3 e^{xy}\, dxdy,$$
där D bestäms av olikheterna $0 \le x \le 1$, $\sqrt{x} \le y \le 1$. 3p

5. Beräkna
$$\iiint_K (x+y)z\, dxdydz,$$
där K bestäms av olikheterna $0 \le x$, $0 \le y$, $0 \le z$ och $x + y + z \le 1$ 3p

6. Beräkna flödet av vektorfältet $\mathbf{F} = x^2y(x,y,z)$, ut genom cylindern som ges av $0 \le y \le 2$, $x^2 + z^2 = 1$. 3p

7. (a) Vad menas med att funktionen $f(x,y)$ är kontinuerlig i punkten (a,b) (som är en inre punkt i f:s definitionsmängd)? 1p

   (b) Avgör om funktionen
$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x^2(1+y)}{x^2+y^2} & \text{när} \quad (x,y) \neq (0,0) \\ 1 & \text{när} \quad (x,y) = (0,0) \end{cases}$$
är kontinuerlig i $(0,0)$. 2p

8. Antag att $\mathbf{F}$ är ett potentialfält i ett öppet område i planet. Visa att $\int_\gamma \mathbf{F}\cdot\mathbf{r}$ är oberoende av vägen för varje kurva γ i området.

Betygsgränser: 12p för Godkänd, 18p för Väl godkänd.

Efter skrivningstidens slut finns lösningar på kursens webbsida:

http://www.math.chalmers.se/Math/Grundutb/GU/MMGF20/V10/

JAS