MATEMATIK
Göteborgs universitet

Inga hjälpmedel
Tele: Fredrik Lindgren
0703-08 83 04
Lärares närvaro i sal: ca 9.30 och 11.30

Tentamen i MMGF20 Flervariabelanalys (Fysikprogrammet), 7,5hp, 2011 08 26, kl 8.30–12.30.

1. Beräkna gradienten till funktionen $f(x, y, z) = xz + \arctan(xz - y)$ i punkten $(-1, -4, 2)$.

2. Bestäm en ekvation för tangentplanet till grafen av $f(x, y) = xy + xy^2$, i den punkt på grafen där $x = 1$ och $y = 1$ 3p

3. Bestäm största och minsta värdet av funktionen $f(x, y) = xe^{x-3y}$ på triangelskivan med hörn i punkterna $(0, -2)$, $(2, -1)$ och $(3, -2)$. 3p

4. Bestäm den lösning till den partiella differentialekvationen
$$3f'_x + f'_y = 0,$$
som uppfyller $f(x, 0) = \sin 3x$. Man kan ha användning för variabelbytet $u = x - ay$, $v = x + ay$, för lämplig konstant a. 3p

5. Beräkna
$$\iint_D \frac{6xy}{(1 + xy^2)^2}\, dx\, dy,$$
där D ges av att $2 \leq x \leq 4$, och $\sqrt{2 + x} \leq y \leq \sqrt{6 + 9x}$. 3p

6. Låt K vara kroppen som ges av $x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$, $x \geq 0$, $y \geq 0, z \geq 0$. Den har i punkten (x, y, z) densiteten $xy \ln(1 + x^2 + y^2 + z^2)$. Bestäm kroppens massa. 3p

7. Ytan Y ges av $z = 4 - x^2 - y^2$, $x^2 + y^2 \leq 1$ och orienteras med ”uppåtriktad” normal. Bestäm flödet av vektorfälet $\mathbb{F} = (yz, xy + z, x)$ genom ytan. 3p

8. (a) Vad menas med lineariseringen till funktionen $\mathbf{f}(x, y) = (f_1(x, y), f_2(x, y))$ i punkten (a, b)?
   (b) Vad menas med det relativa felet mellan $f(x, y)$ och dess linearisering i (a, b)?
   (c) Bestäm lineariseringen av $\mathbf{f}(x, y) = (xy, x^2 + y^2)$ i punkten $(1, 2)$. 1p+1p+1p

Betygsgränser: 12p för Godkänd, 18p för Väl godkänd.

Efter skrivningstidens slut finns lösningar på kursens webbsida:

http://www.math.chalmers.se/Math/Grundutb/GU/MMGF20/V11/

JAS