MATEMATIK
Göteborgs universitet

Inga hjälpmedel
Tele: Ragnar Freij 0703-08 83 04
Lärares närvaro i sal: ca 9.30 och 11.30

Tentamen i MMGF20 Flervariabelanalys (Fysikprogrammet), 7,5hp, 2012 03 09, kl 8.30–12.30.

1. Bestäm riktningsderivatan $f'_{\mathbf{v}}(-2,-1/2)$, när $f(x,y) = x^2 \ln xy$, och $\mathbf{v}$ är den riktning som *ges av* vektorn $(3,4)$. I vilken riktning växer f snabbast i punkten $(-2,-1/2)$? 3p

2. Bestäm de stationära punkterna till funktionen $f(x,y) = 4x^2y + 2xy - y^2/8$ och avgör deras karaktär (sadelpunkt, lokal max/min-punkt). 3p

3. Bestäm största och minsta värdet av funktionen $f(x,y) = xy$ på ellipsskivan $(x/2)^2 + y^2 \leq 1$. 3p

4. Bestäm den lösning till den partiella differentialekvationen
$$4f'_x + 3f'_y = 2\cos(x-y),$$
som uppfyller $f(0,y) = y^2 - 2\sin y$. Man kan ha användning för variabelbytet $u = x + ay$, $v = x - y$, för lämplig konstant a. 3p

5. Beräkna
$$\iint_D x^2 y \, dx \, dy,$$
där D ges av att $x^2 \leq y \leq x$. 3p

6. Beräkna
$$\iint_Y \frac{x}{\sqrt{1+x^2+y^2}} \, dS,$$
där Y är den del av ytan $z = 1 + xy$, som ligger ovanför området $0 \leq x$, $x^2 + y^2 \leq 1$ i x,y-planet 3p

7. Visa att
$$\int_\gamma xz^2 \, dx + y(z^2 + xy) \, dy + z \, dz$$
har samma värde för varje sluten enkel kurva γ som löper ett varv moturs runt cylindern $x^2 + y^2 = 1$ (z godtyckligt) sett från positiva z-axeln. Beräkna också detta värde. 3p

8. (a) Vad menas med divergensen $\mathrm{div}(\mathbf{u})$ av vektorfältet $\mathbf{u} = (P, Q, R)$?
   (b) Antag att K är en kropp i rummet med en rand ∂K, som är en yta. Hur kan man beräkna flödet av $\mathbf{u}$ genom ∂K, med hjälp av en trippelintegral?
   (c) Bestäm flödet av $\mathbf{u} = (x + \cos y, y + z^2, z + x^2 y)$ ut genom enhetssfären. 1p+1p+1p

Betygsgränser: 12p för Godkänd, 18p för Väl godkänd.

Efter skrivningstidens slut finns lösningar på kursens webbsida:

http://www.math.chalmers.se/Math/Grundutb/GU/MMGF20/V12/

JAS