MATEMATIK
Göteborgs universitet

Inga hjälpmedel
Tele: Magnus Önnheim 0703-08 83 04
Lärares närvaro i sal: ca 9:30 och 11:30

Tentamen i MMGF20 Flervariabelanalys (Fysikprogrammet), 7,5hp, 2012 06 07, kl 8:30–12:30.

1. Låt $f(x, y, z) = xy + (x^2 + y)z$. Bestäm den riktning $\mathbf{v}$ för vilken riktningsderivatan $f'_{\mathbf{v}}(1, 1, 1)$ är störts möjlig. Bestäm också värdet av riktningsderivatan för denna riktning. 3p

2. Bestäm en ekvation för tangentplanet i punkten $(1, 2, 3)$ till den yta som parametriseras av $\mathbf{r}(s, t) = (st, s^2t, 2(s - t))$. 3p

3. Bestäm eventuella lokala extrempunkter till funktionen $f(x, y) = e^{xy}(x+2xy)$. 3p

4. Bestäm
$$\iint_D x^2y \, dx \, dy,$$
där D är det område i planet som ges av $(1 - x^2)/2 \leq y \leq 1 - x^2$. 3p

5. Beräkna
$$\iiint_K xz \, dx \, dy \, dz,$$
där K är den kropp i rummet som ges av $x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$ och $0 \leq x$, $0 \leq y$, $0 \leq z$. 3p

6. Beräkna
$$\iint_Y \sqrt{1 + 4z} \, dS,$$
där Y är den yta i rummet som ges av att $z = x^2 + y^2$, $0 \leq x \leq y \leq 1$. 3p

7. Låt $\mathbf{F}$ vara vektorfältet som ges av
$$\mathbf{F}(x, y, z) = ((z + 1)y^2, -(z + 1)xy, x^2 + xz + xz^2/2).$$
Varje plan P i rummet som skär z-axeln i precis en punkt skär cylindern $x^2 + y^2 \leq 1$ i en yta Y_P. Visa att flödet av $\mathbf{F}$ genom Y_P är samma för alla sådana plan, om man räknar riktning ”uppåt” som positiv. Bestäm också värdet av flödet. 3p

8. (a) Hur beräknas (betecknas) det arbete som vektorfältet $\mathbf{F} = (P, Q)$ (i planet) utför när en partikel rör sig längs en orienterad kurva γ i planet?
   (b) Låt ∂D vara den positivt orienterade randen till ett kompakt område D i planet. Hur kan man beräkna arbetet av $\mathbf{F}$ längs ∂D, med hjälp av en dubbelintegral?
   (c) Bestäm arbetet av $\mathbf{F} = (2xy, x^2 + x)$ ett varv i positiv led längs ellipsen $4x^2 + y^2 = 1$. 1p+1p+1p

Betygsgränser: 12p för Godkänd, 18p för Väl godkänd.

JAS