MATEMATIK
Göteborgs universitet

Inga hjälpmedel
Tele: Urban Larsson 0703-08 83 04
Lärares närvaro i sal: ca 9:30 och 11:30

Tentamen i MMGF20 Flervariabelanalys (Fysikprogrammet), 7,5hp, 2012 08 31, kl 8:30–12:30.

1. Bestäm en ekvation för tangentplanet till nivåytan $xy + xy^2 = z^2 - 7$ i punkten $(-1, 2, -1)$ om det finns. 3p

2. Bestäm de stationära punkterna till funktionen $f(x, y) = 4x^2y + 2xy - y^2/8$ och avgör deras karaktär (sadelpunkt, lokal max/min-punkt). 3p

3. Lös den partiella differentialekvationen $yf'_x - 2f'_y = x + y$ t.ex. genom att göra variabelbytet

$$\begin{cases} u &= ax + y^2 \\ v &= y, \end{cases}$$

för lämplig konstant a. 3p

4. Beräkna

$$\iint_D y^3 e^{xy}\, dxdy,$$

där D bestäms av olikheterna $0 \le x \le 1$, $\sqrt{x} \le y \le 1$. 3p

5. Beräkna

$$\iiint_K xz\, dx\, dy\, dz,$$

där K är den kropp i rummet som ges av $x^2 + y^2 + z^2 \le 1$ och $0 \le x$, $0 \le y$, $0 \le z$. 3p

6. Beräkna flödet av vektorfältet $\mathbf{F} = x^2y(x, y, z)$, ut genom cylindern som ges av $0 \le y \le 2$, $x^2 + z^2 = 1$. 3p

7. (a) Vad menas med riktningsderivatan av funktionen f i punkten (a, b) i riktningen $\mathbf{v} = (v_1, v_2)$? (Definitionen efterfrågas, **inte** hur man räknar ut den!)
   (b) Beräkna $f_{\mathbf{v}}(1, 2)$, när $f(x, y) = x^2y$ och $\mathbf{v}$ är den riktning som bestäms av $(3, -4)$.
   (c) I vilken riktning är riktningsderivatan av $f(x, y) = x^2y$ störst i punkten $(1, 2)$? 1p+1p+1p

8. (a) Hur beräknas (betecknas) det arbete som vektorfältet $\mathbf{F} = (P, Q)$ (i planet) utför när en partikel rör sig längs en orienterad kurva γ i planet?
   (b) Låt ∂D vara den positivt orienterade randen till ett kompakt område D i planet. Hur kan man beräkna arbetet av $\mathbf{F}$ längs ∂D, med hjälp av en dubbelintegral?
   (c) Bestäm arbetet av $\mathbf{F} = (2xy, x^2 + x)$ ett varv i positiv led längs ellipsen $4x^2 + y^2 = 1$. 1p+1p+1p

Betygsgränser: 12p för Godkänd, 18p för Väl godkänd.

JAS