Tentamen i Naturvetarmatematik B MMGK20 (MAN 120)
Linjär Algebra Lördag 25 augusti 2007 8.30 – 13.30
Telefonvakt: Peter Lindroth, 076 – 272 1861

Motivera alla lösningar noggrant!

1. Bestäm baser för kolonnrum respektive nollrum till matrisen

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 0 & 0 \\ 2 & 4 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 5 & 3 & 3 \\ 1 & 2 & 3 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$ **(4p)**

2. En symmetrisk $3\times 3-$matris har egenvärdena 1, -1 och 4.

En egenvektor till egenvärdet 1 är $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$ och en egenvektor

till egenvärdet -1 är $\begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$. Ange en egenvektor till egenvärdet 4. **(4p)**

3. Bestäm för varje värde på konstanten s antalet lösningar till det linjära

ekvationssystemet $Ax = b$ där $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -1 & s & 2 \\ -2 & 2 & s \end{pmatrix}$ och $b = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ s \end{pmatrix}$ **(4p)**

4. Ange minstakvadratlösningen till systemet

$$\begin{cases} x & & & = & 0 \\ & & y & = & 1 \\ x & + & y & = & 10 \end{cases}$$ **(3p)**

5. Låt P_2 vara vektorrummet av alla polynom av grad högst 2. Definiera en linjär avbildning $T : P_2 \to P_2$ enligt $T\big(p(t)\big) = p''(t) + (t+1)p'(t) + 2p(t)$.
Ange avbildningens matris i basen $\{1, t, t^2\}$
Bestäm också en bas för P_2 av egenvektorer till T. **(6p)**

6. **a)** Visa att om A och B är kvadratiska och lika stora matriser och AB inverterbar så är både A och B inverterbara. Är omvändningen sann?

b) Låt mängden $\{v_1, v_2\}$ vara linjärt beroende. Visa att även $\{v_1 + 2v_2, 3v_1 - v_2\}$ är linjärt beroende.

(4p)