Tentamen i Naturvetarmatematik B MMGK20 (MAN 120)
Linjär Algebra Lördag 2 juni 2007 8.30 – 13.30
Telefonvakt: Georgios Foufas, 076 – 272 1861

Motivera alla lösningar noggrant!

1. Bestäm ON-baser för kolonnrum respektive nollrum till matrisen

$$A=\begin{pmatrix}1 & 4 & 1 & 3\\ 0 & 1 & 1 & -1\\ 2 & -2 & -8 & 16\\ -1 & 2 & 5 & -9\end{pmatrix}$$ **(4p)**

2. Låt $A=\begin{pmatrix}7 & 6\\ -9 & -8\end{pmatrix}$. Beräkna A^n där n är ett positivt heltal. **(4p)**

3. Bestäm för varje värde på konstanten s antalet lösningar till det linjära

ekvationssystemet $Ax=b$ där $A=\begin{pmatrix}1 & s & 4\\ s & 1 & 2\\ 2 & s & 8\end{pmatrix}$ och $b=\begin{pmatrix}1\\ 1\\ 2\end{pmatrix}$ **(4p)**

4. Ange minstakvadratlösningen till systemet

$$\begin{cases}3x - y = 2\\ 2y = 1\\ -2x + y = -1\\ x + 5y = 1\end{cases}$$ **(4p)**

5. Låt F vara en linjär avbildning från $\Re^2$ till $\Re^2$ sådan att $F\begin{pmatrix}2\\0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4\\2\end{pmatrix}$ och $F\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}$.

Låt vidare T vara en triangel vars hörn genom F avbildas på $\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}2\\2\end{pmatrix}$ respektive $\begin{pmatrix}3\\1\end{pmatrix}$. Beräkna arean av T. **(4p)**

6. a) Visa att om matrisen A är inverterbar och diagonaliserbar är även A^{-1} diagonaliserbar.

b) En stokastisk matris M är en matris där varje element är ≥ 0 och där summan av elementen i varje kolonn blir $=1$. Exempel: $M=\begin{pmatrix}0.6 & 0.2 & 0.5\\ 0.1 & 0.3 & 0.5\\ 0.3 & 0.5 & 0\end{pmatrix}$.

Visa att en stokastisk matris har egenvärdet 1.

(Ledning: betrakta M-I; vad gäller för kolonnerna i denna matris?)

c) Låt $Ax=b$ vara ett linjärt ekvationssystem med sju ekvationer och sex obekanta. Kan det finnas något högerled b sådant att systemet har en entydig lösning? Kan systemet vara sådant att det finns entydig lösning för ***varje*** högerled?

(5p)