

Tentamen, Matematik för lärare 3a, LMA310, Analys fortsättning

OBS! Skriv namn och personnummer på samtliga inlämnade papper.

1. Beräkna $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{4-x^2}} dx$ (3p)

2. Beräkna $\int_1^4 e^{-\sqrt{x}} dx$ (3p)

3. Lös ekvationen $y'' - 2y' + 2y = 3e^x$ med $y(0) = y'(0) = 0$. (3p)

4. Beräkna $\int \frac{-x^4 - x^3 + 7x^2 + 9x + 3}{(x+2)^2(x^2+1)} dx$ (3p)

5. I en viss bakteriepopulation ändras antalet bakterier med en hastighet som är proportionell mot antalet bakterier. Proportionalitetskonstanten är 0.1 h^{-1} . Antalet bakterier vid tiden noll är 1000.

a) Ställ upp en differentialekvation för antalet bakterier vid tiden t och lös den. Beräkna dessutom antalet bakterier vid tiden $t = 6\text{h}$.

b) Beräkna den tid det tar för bakteriepopulationen att fördubblas. (2+1p)

6. Beräkna

a) $\lim_{x \rightarrow 0} x^{-3}(e^{x^2} - 1) \sin x$ b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - x}{x(\cos x - 1)}$ (1+2p)

7. För vilka reella tal x konvergerar potensserien

a) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^n}{n!}$ b) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 - \frac{1}{n}\right)^{n^2} x^n$ (1+2p)

8. Beräkna $\lim_{x \rightarrow 0} \int_x^{2x} \frac{\cos t}{t} dt$ (3p)