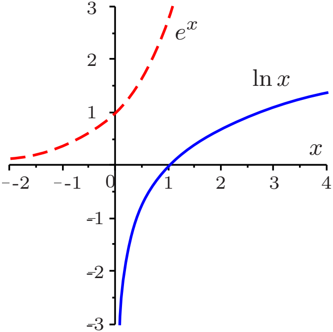
Översikt

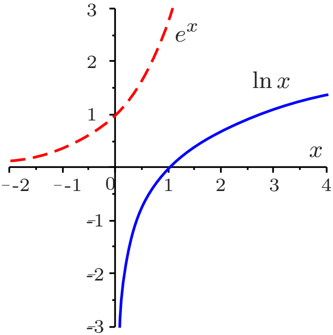
e^x OCH $\ln x$



$$e^a = b \quad \text{betyder att} \quad a = \ln b$$

- $\ln(ab) = \ln a + \ln b$ och $\ln(a/b) = \ln a - \ln b$.
- $\ln a^b = b \ln a$ och $\ln e = 1$.

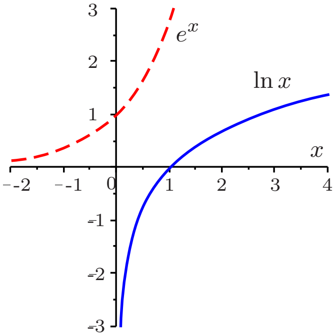
e^x OCH $\ln x$



$$e^a = b \quad \text{betyder att} \quad a = \ln b$$

- $\ln(ab) = \ln a + \ln b$ och $\ln(a/b) = \ln a - \ln b$.
- $\ln a^b = b \ln a$ och $\ln e = 1$.

e^x OCH $\ln x$



$$e^a = b \quad \text{betyder att} \quad a = \ln b$$

- $\ln(ab) = \ln a + \ln b$ och $\ln(a/b) = \ln a - \ln b$.
- $\ln a^b = b \ln a$ och $\ln e = 1$.

Översikt

ANDRA EXP OCH LOG

- $ma^x = me^{\ln(a)x}$, $(0 < a \neq 1)$
- a^x är exponentiellt växande om $a > 1$ exponentiellt avtagande om $0 < a < 1$.
- Inversen till a^x betecknas $\log_a x$.

$$a^b = c \quad \text{betyder att} \quad b = \log_a c$$

- T ex $\log_2 8 = 3$ och $\log_{10} 10^{-5} = -5$
- Varje logaritm kan skrivas med ln. Logaritmering ger $b \ln a = \ln c$, så

$$b = \log_a c = \frac{\ln c}{\ln a}.$$

- Samma räkneregler för $\log_a$ som för ln (Produkt blir summa och kvot blir differens).

ANDRA EXP OCH LOG

- $ma^x = me^{\ln(a)x}$, $(0 < a \neq 1)$
- a^x är exponentiellt växande om $a > 1$ exponentiellt avtagande om $0 < a < 1$.
- Inversen till a^x betecknas $\log_a x$.

$$a^b = c \quad \text{betyder att} \quad b = \log_a c$$

- T ex $\log_2 8 = 3$ och $\log_{10} 10^{-5} = -5$
- Varje logaritm kan skrivas med ln. Logaritmering ger $b \ln a = \ln c$, så

$$b = \log_a c = \frac{\ln c}{\ln a}.$$

- Samma räkneregler för $\log_a$ som för ln (Produkt blir summa och kvot blir differens).

ANDRA EXP OCH LOG

- $ma^x = me^{\ln(a)x}$, $(0 < a \neq 1)$
- a^x är exponentiellt växande om $a > 1$ exponentiellt avtagande om $0 < a < 1$.
- Inversen till a^x betecknas $\log_a x$.

$$a^b = c \quad \text{betyder att} \quad b = \log_a c$$

- T ex $\log_2 8 = 3$ och $\log_{10} 10^{-5} = -5$
- Varje logaritm kan skrivas med ln. Logaritmering ger $b \ln a = \ln c$, så
$$b = \log_a c = \frac{\ln c}{\ln a}.$$
- Samma räkneregler för $\log_a$ som för ln (Produkt blir summa och kvot blir differens).

ANDRA EXP OCH LOG

- $ma^x = me^{\ln(a)x}$, $(0 < a \neq 1)$
- a^x är exponentiellt växande om $a > 1$ exponentiellt avtagande om $0 < a < 1$.
- Inversen till a^x betecknas $\log_a x$.

$$a^b = c \quad \text{betyder att} \quad b = \log_a c$$

- T ex $\log_2 8 = 3$ och $\log_{10} 10^{-5} = -5$
- Varje logaritm kan skrivas med ln. Logaritmering ger $b \ln a = \ln c$, så

$$b = \log_a c = \frac{\ln c}{\ln a}.$$

- Samma räkneregler för $\log_a$ som för ln (Produkt blir summa och kvot blir differens).

ANDRA EXP OCH LOG

- $ma^x = me^{\ln(a)x}$, $(0 < a \neq 1)$
- a^x är exponentiellt växande om $a > 1$ exponentiellt avtagande om $0 < a < 1$.
- Inversen till a^x betecknas $\log_a x$.

$$a^b = c \quad \text{betyder att} \quad b = \log_a c$$

- T ex $\log_2 8 = 3$ och $\log_{10} 10^{-5} = -5$
- Varje logaritm kan skrivas med ln. Logaritmering ger $b \ln a = \ln c$, så

$$b = \log_a c = \frac{\ln c}{\ln a}.$$

- Samma räkneregler för $\log_a$ som för ln (Produkt blir summa och kvot blir differens).

ANDRA EXP OCH LOG

- $ma^x = me^{\ln(a)x}$, $(0 < a \neq 1)$
- a^x är exponentiellt växande om $a > 1$ exponentiellt avtagande om $0 < a < 1$.
- Inversen till a^x betecknas $\log_a x$.

$$a^b = c \quad \text{betyder att} \quad b = \log_a c$$

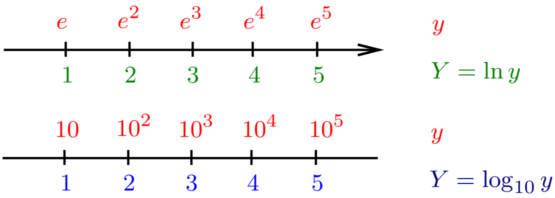
- T ex $\log_2 8 = 3$ och $\log_{10} 10^{-5} = -5$
- Varje logaritm kan skrivas med ln. Logaritmering ger $b \ln a = \ln c$, så

$$b = \log_a c = \frac{\ln c}{\ln a}.$$

- Samma räkneregler för $\log_a$ som för ln (Produkt blir summa och kvot blir differens).

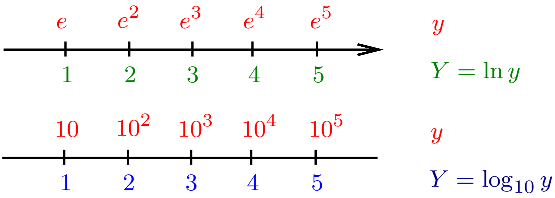
Översikt

LOGARITMISK SKALA



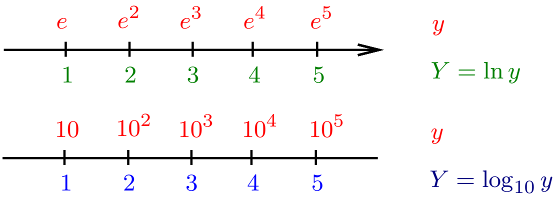
- $y = me^{kx}$ ger
$$Y = \ln y = kx + \ln m$$
. En rät linje i koordinatsystemet med x och Y längs axlarna. (Semilogaritmiskt)
- $y = kx^a$ ger
$$Y = \ln y = a \ln x + \ln k = aX + k_1$$
. En rät linje i koordinatsystemet med X och Y längs axlarna. (Dubbellogaritmiskt)

LOGARITMISK SKALA



- $y = me^{kx}$ ger
$$Y = \ln y = kx + \ln m$$
. En rät linje i koordinatsystemet med x och Y längs axlarna. (Semilogaritmiskt)
- $y = kx^a$ ger
$$Y = \ln y = a \ln x + \ln k = aX + k_1$$
. En rät linje i koordinatsystemet med X och Y längs axlarna. (Dubbellogaritmiskt)

LOGARITMISK SKALA

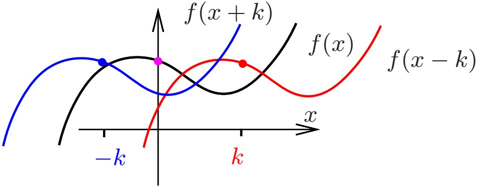


- $y = me^{kx}$ ger
$$Y = \ln y = kx + \ln m$$
. En rät linje i koordinatsystemet med x och Y längs axlarna. (Semilogaritmiskt)
- $y = kx^a$ ger
$$Y = \ln y = a \ln x + \ln k = aX + k_1$$
. En rät linje i koordinatsystemet med X och Y längs axlarna. (Dubbellogaritmiskt)

Översikt

FÖRSKJUTNINGAR OCH TÖJNINGAR

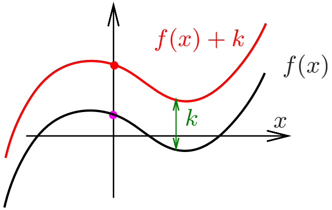
- $f(x+k)$, där k en konstant har en graf som är en förskjutning horisontalt av grafen till f.



- $f(x)+k$ har en graf som är en förskjutning av grafen till f vertikalt.
- $kf(x)$ har en graf som är en töjning av grafen till f vertikalt om $k>0$.
- $kf(x)$ har en graf som är en töjning och en spegling av grafen till f vertikalt om $k<0$.

FÖRSKJUTNINGAR OCH TÖJNINGAR

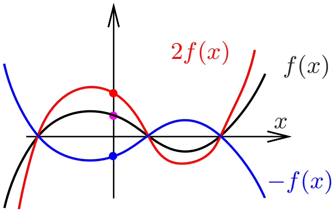
- $f(x+k)$, där k en konstant har en graf som är en förskjutning horisontalt av grafen till f.
- $f(x)+k$ har en graf som är en förskjutning av grafen till f vertikalt.



- $kf(x)$ har en graf som är en töjning av grafen till f vertikalt om $k > 0$.
- $kf(x)$ har en graf som är en töjning och en spegling av grafen till f vertikalt om $k < 0$.

FÖRSKJUTNINGAR OCH TÖJNINGAR

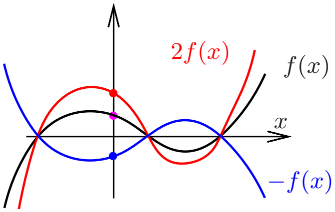
- $f(x+k)$, där k en konstant har en graf som är en förskjutning horisontalt av grafen till f.
- $f(x)+k$ har en graf som är en förskjutning av grafen till f vertikalt.
- $kf(x)$ har en graf som är en töjning av grafen till f vertikalt om $k>0$.



- $kf(x)$ har en graf som är en töjning och en spegling av grafen till f vertikalt om $k<0$.

FÖRSKJUTNINGAR OCH TÖJNINGAR

- $f(x+k)$, där k en konstant har en graf som är en förskjutning horisontalt av grafen till f.
- $f(x)+k$ har en graf som är en förskjutning av grafen till f vertikalt.
- $kf(x)$ har en graf som är en töjning av grafen till f vertikalt om $k>0$.



- $kf(x)$ har en graf som är en töjning och en spegling av grafen till f vertikalt om $k<0$.

Översikt

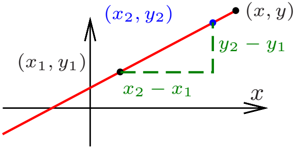
SAMMANSÄTTNINGAR

Givet två funktionern f och g kan vi sätta samman dem på två sätt

$$f(g(x)) \quad \text{eller} \quad g(f(x))$$

Översikt

RÄTA LINJEN



$$y = kx + m,$$

där k (riktningskoefficienten anger lutning och m skärning med y-axel.

- (x_1, y_1) och (x_2, y_2) på linjen ger

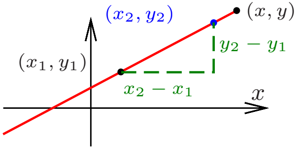
$$k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

- $$\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

  Tvåpunktsformeln.

-

RÄTA LINJEN



$$y = kx + m,$$

där k (riktningskoefficienten anger lutning och m skärning med y-axel.

- (x_1, y_1) och (x_2, y_2) på linjen ger

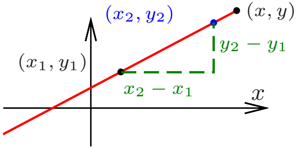
$$k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

- $$\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

  Tvåpunktsformeln.

-

RÄTA LINJEN



$$y = kx + m,$$

där k (riktningskoefficienten anger lutning och m skärning med y-axel.

- (x_1, y_1) och (x_2, y_2) på linjen ger
$$k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$
- $$\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$
Tvåpunktsformeln.
-

RÄTA LINJEN

$$y = kx + m,$$

där k (riktningskoefficienten anger lutning och m skärning med y-axel.

- (x_1, y_1) och (x_2, y_2) på linjen ger

$$k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

- $$\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

  Tvåpunktsformeln.

- $$y - y_1 = k(x - x_1) \quad \text{eller} \quad y = k(x - x_1) + y_1.$$

  Enpunktsformeln.

RÄTA LINJEN

$$y = kx + m,$$

där k (riktningskoefficienten anger lutning och m skärning med y-axel.

- (x_1, y_1) och (x_2, y_2) på linjen ger
$$k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

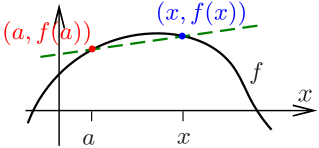
- $$\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$
Tvåpunktsformeln.

- $$y - y_1 = k(x - x_1) \quad \text{eller} \quad y = k(x - x_1) + y_1.$$
Enpunktsformeln.

Översikt

- Exponential- och logaritmfunktioner
  - e^x och $\ln x$
  - Andra exponential- och logaritmfunktioner
  - Logaritmisk skala
- Nya funktioner från gamla
  - Förskjutningar och töjningar
  - Sammansättningar
- Derivata
  - Räta linjen igen
  - Momentan förändringstakt
  - Derivatan som funktion
  - Några vanliga derivator
  - Deriveringsregler
  - Tangentens ekvation

MOMENTAN FÖRÄNDRINGSTAKT



Linjen genom $(a, f(a))$ och $(x, f(x))$ har riktningskoefficient

$$\frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$

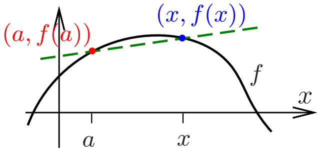
Differenskvoten $(\Delta f / \Delta x)$.

- $f'(a)$, *derivatan* av f i a, är den momentan förändringstakten i a. Dvs det tal differenskvoten närmar sig när x närmar sig a :

$$f'(a) = \lim_{x \to a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$

- $f'(a)$ anger *grafens lutning i punkten* $(a, f(a))$.
- Bestäm $f'(2)$ om $f(x) = x^2$

MOMENTAN FÖRÄNDRINGSTAKT



Linjen genom $(a, f(a))$ och $(x, f(x))$ har riktningskoefficient

$$\frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$

Differenskvoten $(\Delta f / \Delta x)$.

- $f'(a)$, *derivatan* av f i a, är den momentan förändringstakten i a. Dvs det tal differenskvoten närmar sig när x närmar sig a :

$$f'(a) = \lim_{x \to a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$

- $f'(a)$ anger *grafens lutning i punkten* $(a, f(a))$.
- Bestäm $f'(2)$ om $f(x) = x^2$

MOMENTAN FÖRÄNDRINGSTAKT

Linjen genom $(a, f(a))$ och $(x, f(x))$ har riktningskoefficient

$$\frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$

Differenskvoten $(\Delta f / \Delta x)$.

- $f'(a)$, *derivatan* av f i a, är den momentan förändringstakten i a. Dvs det tal differenskvoten närmar sig när x närmar sig a :

$$f'(a) = \lim_{x \to a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$

- $f'(a)$ anger *grafens lutning i punkten* $(a, f(a))$.
- Bestäm $f'(2)$ om $f(x) = x^2$

MOMENTAN FÖRÄNDRINGSTAKT

Linjen genom $(a, f(a))$ och $(x, f(x))$ har riktningskoefficient

$$\frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$

Differenskvoten $(\Delta f/\Delta x)$.

- $f'(a)$, *derivatan* av f i a, är den momentan förändringstakten i a. Dvs det tal differenskvoten närmar sig när x närmar sig a :

$$f'(a) = \lim_{x \to a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$

- $f'(a)$ anger *grafens lutning i punkten* $(a, f(a))$.
- Bestäm $f'(2)$ om $f(x) = x^2$

MOMENTAN FÖRÄNDRINGSTAKT

Linjen genom $(a, f(a))$ och $(x, f(x))$ har riktningskoefficient

$$\frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$

Differenskvoten $(\Delta f / \Delta x)$.

- $f'(a)$, *derivatan* av f i a, är den momentan förändringstakten i a. Dvs det tal differenskvoten närmar sig när x närmar sig a :

$$f'(a) = \lim_{x \to a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$

- $f'(a)$ anger *grafens lutning i punkten* $(a, f(a))$.
- Bestäm $f'(2)$ om $f(x) = x^2$

Översikt

Derivatan som funktion

- Momentana förändringstakten olika i olika punkter på grafen. Vill har derivatan som funktion $f' = Df = df/dx$.
- $$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}.$$
- Bestäm $f'(x)$ om $f(x) = x^2$.

Derivatan som funktion

- Momentana förändringstakten olika i olika punkter på grafen. Vill har derivatan som funktion $f' = Df = df/dx$.
- $$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}.$$
- Bestäm $f'(x)$ om $f(x) = x^2$.

Derivatan som funktion

- Momentana förändringstakten olika i olika punkter på grafen. Vill har derivatan som funktion $f' = Df = df/dx$.
- $$f'(x) = \lim_{h\to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}.$$
- Bestäm $f'(x)$ om $f(x) = x^2$.

Översikt

VANLIGA DERIVATOR

- $D(x^a) = ax^{a-1}$, om $a \neq 1$, derivatan av en konstant är 0.
- $D(e^x) = e^x$
- $D(a^x) = \ln(a)a^x$.
- $D(\ln x) = \dfrac{1}{x}$.

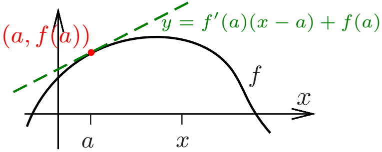
Översikt

DERIVERINGSREGLER

- $(f+g)' = f' + g'$
- $(f \cdot g)' = f' \cdot g + f \cdot g'$.
- $\left(\dfrac{f}{g}\right)' = \dfrac{f' \cdot g - f \cdot g'}{g^2}$
- $(f(g(x)))' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$. Kedjeregeln och inre derivata.

Översikt

TANGENTEN



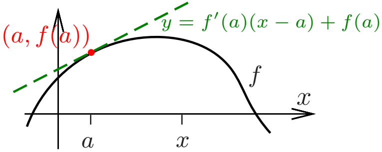
- Tangenten till grafen av f i punkten $(a, f(a))$ har ekvationen

$$y = f'(a)(x-a) + f(a).$$

(Enpunktsformeln)

- Om $f'(a) = 0$ är tangenten parallell med den vågräta axeln.

TANGENTEN



- Tangenten till grafen av f i punkten $(a, f(a))$ har ekvationen

$$y = f'(a)(x-a) + f(a).$$

(Enpunktsformeln)

- Om $f'(a) = 0$ är tangenten parallell med den vågräta axeln.