

TENTAMEN: Statistik och sannolikhetslära (LMA120)

Fredagen den 15 januari 2010, kl 8:30-12:30

Lärare och jour: Aila Särkkä

Hjälpmedel: Kursboken Matematisk statistik av Ulla Dahlbom, valfri tabellbok och miniräknare.

- 1) Man vet att skruvar som tillverkas av en viss fabrik är felaktiga med sannolikhet 0.01 oberoende av varandra. Fabriken säljer skruvar i förpackningar av 10 och säger att man får pengarna tillbaka om det finns fler än en felaktig skruv i förpackningen. Vilken andel av förpackningarna får fabriken ersätta? (5p)
- 2) Vi kastar tre (symmetriska) tärningar. Bestäm sannolikheten att vi får
 - a) tre olika poängtal.
 - b) tre lika poängtal.
 - c) exakt två poängtal lika. (4p)
- 3) Blodtestet kan avslöja en viss sjukdom med 95% sannolikhet om patienten har den. Med sannolikhet 0.01 ger testet ett positivt resultat om patienten inte har sjukdomen. Anta att 0.5% av befolkningen har sjukdomen. Vad är sannolikheten att en patient (vald på måfå) har sjukdomen givet att testresultatet är positivt? (5p)
- 4) Antag att längden av ett telefonsamtal (i minuter) är exponentialfördelad med parameter $\lambda = \frac{1}{10}$. Vad är då sannolikheten att samtalet tar
 - a) längre än 10 minuter?
 - b) mellan 10 och 20 minuter? (4p)
- 5) Låt ξ vara en kontinuerlig stokastisk variabel med täthetsfunktionen

$$f(x) = \begin{cases} c(2-x), & 0 < x < 2 \\ 0 & \text{annars} \end{cases}.$$

- a) Bestäm c .
- b) Bestäm väntevärdet och variansen för ξ .
- c) Hur stor är sannolikheten att $0 < \xi \leq 1$? (7p)

- 6) Anta att densiteten av en kemikalisk lösning är normalfördelad med väntevärdet 0.0046 och variansen 9.6×10^{-8} .
- Vad är sannolikheten att densiteten av lösningen är mellan 0.004 och 0.005?
 - För vilket värde x_0 på densiteten är sannolikheten, att densiteten av lösningen överstiger x_0 , 5%? (4p)
- 7) Antal studenter som registrerar sig till en viss kurs är en *Poisson*(100)-fördelad stokastisk variabel. Läraren som har kursen har bestämt sig att ha en grupp om antalet registrerade studenter är mindre eller lika med 120 och två grupper om antalet är större än 120. Hur stor är sannolikheten att två grupper behövs? (6p)
- 8) Man har länge använt kedjor i brännugnar i cementanläggningar för att minska värmeförbrukning. Man studerar om kedja har samma effekt när billigare material med hög svavel- och klorinnehåll används. Man använder två oberoende stickprov:

Utan kedjor	Med kedjor
$n_1 = 16$	$n_2 = 14$
$\bar{x}_1 = 6150\text{kJ/kg}$	$\bar{x}_2 = 5250\text{kJ/kg}$
$s_1 = 80\text{kJ/kg}$	$s_2 = 75\text{kJ/kg}$

Är det bra att använda kedjor? Förklara varför/varför inte genom att

- hitta ett 99%-igt konfidensintervall för $\mu_1 - \mu_2$, dvs. skillnaden i den förväntade värmeförbrukningen i brännugnar med och utan kedjor.
- Vilka antaganden har du gjort i a) och varför? (5p)

Lycka till!