

TENTAMEN: Statistik och sannolikhetslära (LMA120) Fredagen den 29 maj 2009, kl 8:30-12:30

Lärare och jour: Aila Särkkä, telefon 772 3542

Hjälpmedel: Kursboken Matematisk statistik av Ulla Dahlbom, valfri tabellbok och miniräknare.

- 1) Antag att man har två händelser A och B och att $P(A) = 0.4$ och $P(B|A) = 0.3$.

a) Är A och B disjunkta händelser? Varför?

Låt $P(B) = 0.5$ (i b) och c)).

b) Beräkna $P(A \cup B)$.

c) är A och B oberoende? (4p)

- 2) Först väljer man ett av ordena

SCHMERZ, KULUMISURIA och RIIUUYÖAIE

på måfå. Sedan väljer man från detta valda ord en bokstav på måfå. Anta att bokstaven som man har vald är en vokal. Vad är då (givet att den valda bokstaven är en vokal) sannolikheten att det valda ordet är finskt? (SCHMERZ är inte ett finskt ord men de andra två är.) (5p)

- 3) Anta att summan av en kunds köp avrundas till närmaste 5 cent. Då är förlusten, som en kund orsakar till försäljaren, en stokastisk variabel, som kan anta värdena -2,-1,0,1,2 cent, vart och ett med sannolikhet $\frac{1}{5}$. Låt ξ vara den totala förlusten av 10000 kunder. Approximera sannolikheten att den totala förlusten ξ är större än två euro (1 euro = 100 cent). (5p)

- 4) En fabrik tillverkar kuvert. Vi antar att vikten ν av ett kuvert är normalfördelad med väntevärdet 1.95 och standardavvikelsen 0.05 (enheten är gram).

a) Hur stor är sannolikheten att vikten av ett kuvert tagits på måfå är mellan 1.8g och 2.0g?

b) Antag att man har ett paket av 100 sådana kuvert. Vad är sannolikheten att minst 2 i paketet väger mellan 1.8g och 2.0g?

c) Beräkna väntevärdet och variansen av antalet kuvert, som väger mellan 1.8g och 2.0g (i ett paket av 100 kuvert). (6p)

- 5) Man studerar förorenad jordmån. Man har tagit 72 (oberoende) lika stora prov av jordmånen som man har torkat och analyserat för cyanid. Medelcyanidnivån i stickprovet är $\bar{x} = 116\text{mg/kg}$ och standardavvikelsen i stickprovet är $s = 80\text{mg/kg}$.
- Hitta ett 95%-igt konfidensintervall för den sanna medelcyanidnivån.
 - Skulle ett motsvarande 99%-igt konfidensintervall vara längre eller kortare än det 95%-iga som du använde i a)? Varför?
 - Vad måste man anta om fördelningen av populationen för att kunna använda konfidensintervallet i a)? Varför? (6p)
- 6) Det finns 10 par skor i ett skåp. Om 8 skor tas på måfå ur skåpet, vad är sannolikheten att man får
- inga par?
 - exakt ett par? (4p)
- 7) Antag att antalet jordbävningar i den västra delen av USA är Poissonfördelat med genomsnittligt 2 jordbävningar per vecka.
- Hur stor är sannolikheten att det inträffar minst 3 jordbävningar under en två veckors period?
 - Antag ytterligare att antalet jordbävningar i den östra delen av USA är Poissonfördelat med genomsnittligt 1 jordbävning per två veckor och att antalet jordbävningar i den västra delen och den östra delen av landet är oberoende av varandra. Vad är sannolikheten att det inträffar totalt högst 1 jordbävning på de två områdena under en två veckors period? (4p)
- 8) Låt ξ vara en stokastisk variabel med täthetsfunktion

$$f(x) = \begin{cases} 3x^2 + c & 0 < x < \frac{1}{2} \\ \frac{3}{2} & \frac{1}{2} \leq x < 1 \\ 0 & \text{annars} \end{cases}$$

Bestäm

- konstanten c ,
- $P(\xi < \frac{3}{4})$,
- $\mathbf{E}[\xi]$. (6p)

Lycka till!