

Industriell matematik och statistik, LMA136 2013/14

Repetition

Kapitel 2

Kapitel 3

Kontinuerliga
stokastiska
variabler

Mått på
fördelningar

22 Januari 2014

Repetition

Kapitel 2

Kapitel 3

Kontinuerliga stokastiska variabler

Mått på fördelningar

Repetition

Kapitel 2

Kapitel 3

Kontinuerliga
stokastiska
variabler

Mått på
fördelningar

Grundläggande sannolikhetslära

- ▶ Venn-diagram
- ▶ Union, Snitt, Komplement
- ▶ Disjunkta händelser
- ▶ Sannolikheter
- ▶ Oberoende händelser
- ▶ Betingade sannolikheter
- ▶ Kombinatorik

Repetition

Kapitel 2

Kapitel 3

Kontinuerliga
stokastiska
variablerMått på
fördelningar

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

Välja ut k element ur en population bestående av totalt n element.

Antal	med återläggning	utan återläggning
permutationer	n^k	$n(n-1)(n-2)\dots(n-k+1)$
kombinationer	$\binom{n+k-1}{k}$	$\binom{n}{k}$

Repetition

Kapitel 2

Kapitel 3

Kontinuerliga
stokastiska
variablerMått på
fördelningar

- ▶ Diskret stokastisk variabel antar ett reellt värde
- ▶ Fördelningsfunktion $P(X \leq x)$ för $x = 0, 1, 2, \dots$
- ▶ Sannolikhetsfunktion $P(X = i)$ för $i = 0, 1, 2, \dots$
- ▶ Väntevärde, $\mathbb{E}[X] = \sum_{x_i \in \Omega} x_i P(X = x_i)$
- ▶ Varians, $\sigma^2 = \mathbb{E}[(X - \mu)^2] = \sum_{x_i \in \Omega} (x_i - \mu)^2 P(X = x_i)$

Speciella parametriska fördelningar

- ▶ Likformig fördelning; n är antal möjliga utfall, $\Omega = \{x_1, \dots, x_n\}$

$$P(X = x_k) = \frac{1}{n}$$

- ▶ Binomialfördelning; X = antal lyckade försök, n = antal försök och p = chans för lyckat utfall i ett enskilt försök

$$P(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$$

- ▶ Hypergeometrisk fördelning; X = antal valda med studerad egenskap, N = totalt antal valbara, n = urvalsstorlek, n_p = antal med studerad egenskap

$$P(X = k) = \frac{\binom{n_p}{k} \binom{N - n_p}{n - k}}{\binom{N}{n}}$$

Repetition

Kapitel 2

Kapitel 3

Kontinuerliga
stokastiska
variablerMått på
fördelningar

X är $\text{Po}(\lambda)$ fördelad

$$P(X = k) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^k}{k!}$$

- λ är genomsnittliga antal studerade händelser som inträffar i ett tidsintervall

Ex antal personer i en butik.

$$\mathbb{E}[X] = \lambda, \text{Var}(X) = \lambda$$

En kontinuerlig stokastisk variabel är en reellvärd funktion med Ω som definitions mängd då Ω icke är uppräknelig.

Ex 1. Hur hårt ett handbollsskott är.

Ex 2. Livslängden på en glödlampa.

Ex 3. Priset på en aktie.

Om det finns en funktion f sådan att

$$P(X \leq y) = \int_{-\infty}^y f(x) dx$$

för alla y så kallas X kontinuerlig stokastisk variabel med frekvensfunktion f .

Frekvensfunktioner uppfyller två kriterier:

- ▶ $f(x) \geq 0$ för alla x
- ▶ $\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1$

Repetition

Kapitel 2

Kapitel 3

Kontinuerliga
stokastiska
variabler**Mått på
fördelningar**

$$\mathbb{E}[X] = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx$$

Tyngdpunkt av frekvensfunktionen

Repetition

Kapitel 2

Kapitel 3

Kontinuerliga
stokastiska
variabler**Mått på
fördelningar**

$$\text{Var}(X) = \mathbb{E}[(X - \mu)^2] = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu)^2 f(x) dx$$

då $\mu = \mathbb{E}[X]$

Mått på hur långt bort från väntevärdet den stokastiska variabeln förväntas få utfall.

Repetition

Kapitel 2

Kapitel 3

Kontinuerliga
stokastiska
variabler

**Mått på
fördelningar**

$$P(X \leq \alpha_a) = a$$

α_a är a -kvantilen för X .