

Industriell matematik och statistik, LMA136 2013/14

7 Februari 2014

Repetition

Funktioner av
stokastiska
variabler

Summor av
oberoende
stokastiska
variabler

Parametriska
exempel

Summan av
multipla
stokastiska
variabler

Repetition

Funktioner av stokastiska variabler

Summor av oberoende stokastiska variabler

Parametriska exempel

Summan av multipla stokastiska variabler

Repetition

Funktioner av
stokastiska
variabler

Summor av
oberoende
stokastiska
variabler

Parametriska
exempel
Summan av
multipla
stokastiska
variabler

- ▶ Data
- ▶ Statistik
 - 1) Samla in data
 - 2) Analysera data
 - 3) Tolka data
- ▶ Datatyper; kvalitativ data, kvantitativ data
- ▶ Observation
- ▶ Frekvenstabell, relativ frekvens
- ▶ Diagram; stapeldiagram, histogram
- ▶ Fördelningsegenskaper; läge, spridning, avvikare, form
- ▶ Empirisk fördelningsfunktion
data $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$

$$F_{emp}(x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \mathbf{1}_{x_i \leq x}$$

Repetition

Funktioner av
stokastiska
variabler

Summor av
oberoende
stokastiska
variabler

Parametriska
exempel

Summan av
multipla
stokastiska
variabler

Väntevärde, $\mu = \mathbb{E}[X]$

$$\mathbb{E}[X] = \begin{cases} \sum_{x_i \in \Omega} x_i P(X = x_i), & X \text{ diskret s.v.} \\ \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx, & X \text{ kontinuerlig s.v.} \end{cases}$$

Varians,

$$\text{Var}(X) = \mathbb{E}[(X - \mu)^2] = \begin{cases} \sum_{x_i \in \Omega} (x_i - \mu)^2 P(X = x_i), \\ \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu)^2 f(x) dx, \end{cases}$$

- ▶ $\mathbb{E}[aX + b] = a\mathbb{E}[X] + b$
- ▶ $\text{Var}(aX + b) = a^2 \text{Var}(X)$

Repetition

Funktioner av
stokastiska
variabler

Summor av
oberoende
stokastiska
variabler

Parametriska
exempel

Summan av
multipla
stokastiska
variabler

Repetition

Funktioner av
stokastiska
variablerSummor av
oberoende
stokastiska
variablerParametriska
exempel
Summan av
multipla
stokastiska
variabler

- ▶ $\mathbb{E}[g(X)] = \sum_{x_i \in \Omega} g(x_i)P(X = x_i)$, om X diskret s.v.
- ▶ $\mathbb{E}[g(X)] = \int_{-\infty}^{\infty} g(x)f(x)dx$, om X kontinuerlig s.v.

X och Y s.v. är oberoende om och endast om

$$P(X \leq x \cap Y \leq y) = P(X \leq x)P(Y \leq y), \quad \text{för alla tal } x, y$$

$$P(X \geq x \cap Y \geq y) = P(X \geq x)P(Y \geq y), \quad \text{för alla tal } x, y$$

$$P(X \leq x \cap Y \geq y) = P(X \leq x)P(Y \geq y), \quad \text{för alla tal } x, y$$

$$P(X = x \cap Y = y) = P(X = x)P(Y = y), \quad \text{för alla tal } x, y$$

Repetition

Funktioner av
stokastiska
variablerSummer av
oberoende
stokastiska
variablerParametriska
exempelSumman av
multipla
stokastiska
variabler

Repetition

Funktioner av
stokastiska
variabler**Summor av
oberoende
stokastiska
variabler**Parametriska
exempel
Summan av
multipla
stokastiska
variabler

X och Y s.v.

- ▶ $\mathbb{E}[X + Y] = \mathbb{E}[X] + \mathbb{E}[Y]$
- ▶ $\text{Var}(X + Y) = \text{Var}(X) + \text{Var}(Y)$ om X och Y oberoende

Binomialfördelning

Antag att X är binomialfördelad s.v. med parametrar n och p och Y är binomialfördelad s.v. med parametrar m och p . Dessutom är X och Y oberoende. Då gäller att

$X + Y$ är binomialfördelad med parameter $n + m$ och p

Det skrivs vanligen;

$$X + Y \sim \text{Bin}(n + m, p).$$

$$\mathbb{E}[X] = np, \quad \text{Var}(X) = np(1 - p)$$

Repetition

Funktioner av
stokastiska
variabler

Summor av
oberoende
stokastiska
variabler

**Parametriska
exempel**

Summan av
multipla
stokastiska
variabler

Antag att X är $Po(\lambda_1)$ -fördelad och Y är $Po(\lambda_2)$ -fördelad.
Dessutom är X och Y oberoende. Då gäller att

$$X + Y \sim Po(\lambda_1 + \lambda_2)$$

$$\mathbb{E}[X] = \lambda_1, \quad \text{Var}(X) = \lambda_1$$

Repetition

Funktioner av
stokastiska
variablerSummor av
oberoende
stokastiska
variabler**Parametriska
exempel**Summan av
multipla
stokastiska
variabler

Antag att X är normalfördelad s.v. med parametrar μ_1 och σ_1 och Y är normalfördelad s.v. med parametrar μ_2 och σ_2 . Dessutom är X och Y oberoende. Då gäller att

$$X + Y \sim N(\mu_1 + \mu_2, \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2})$$

$$\mathbb{E}[X] = \mu, \quad \text{Var}(X) = \sigma^2$$

Repetition

Funktioner av
stokastiska
variablerSummor av
oberoende
stokastiska
variabler**Parametriska
exempel**Summan av
multipla
stokastiska
variabler

Repetition

Funktioner av
stokastiska
variablerSummor av
oberoende
stokastiska
variablerParametriska
exempel**Summan av
multipla
stokastiska
variabler**

Antag att $X_1, X_2, \dots, X_n$ är s.v. och $k_1, k_2, \dots, k_n$ är konstanter. Då gäller att

- ▶ $\mathbb{E}[k_1 X_1 + k_2 X_2 + \dots + k_n X_n] = k_1 \mathbb{E}[X_1] + k_2 \mathbb{E}[X_2] + \dots + k_n \mathbb{E}[X_n]$
- ▶ $\text{Var}(k_1 X_1 + k_2 X_2 + \dots + k_n X_n) = k_1^2 \text{Var}(X_1) + k_2^2 \text{Var}(X_2) + \dots + k_n^2 \text{Var}(X_n),$
om $X_1, X_2, \dots, X_n$ är oberoende