

Hur man klarar tentan

Ett par sannolikhetsteoretiska begrepp löst definierade:

Utfall: ett tänkbart resultat av ett experiment eller projekt.

Utfallsrum: alla tänkbara resultat av ett experiment eller projekt (mängden av alla utfall, betecknas med Ω i kursen).

Händelse: ett eller flera utfall för ett specifikt experiment/projekt (delmängd av utfallsrummet, betecknas med $A, B, C, \dots$ i kursen).

Exempel

Projekt: Emil skriver dugga 1 på AE-programmet.

Utfallsrum: Emil får mellan 0% och 100% rätt på duggan.

Händelse: Emil blir godkänd på dugga 1, vilket innebär att han har minst 40% rätt.

Låt A vara händelsen att Emil blir godkänd på dugga 1. Komplementhändelsen till A betecknas A^C och innebär att A inte inträffar. Komplementhändelsen till att bli godkänd på duggan är att bli underkänd, alltså att ha mindre än 40% rätt.

Låt B och C vara händelserna att Emil blir godkänd på dugga 2 respektive 3. Händelsen att Emil blir godkänd på alla tre duggorna kan nu skrivas $A \cap B \cap C$. Symbolen $\cap$ utläses "snitt" och betyder "och". Om händelsen $A \cap B \cap C$ inträffar blir Emil godkänd på kursen. Slutbetyget baseras på det sammanvägda duggaresultatet $d = (x + y + z)/3$, där x, y och z är antal rätt (i procent) för duggorna 1, 2 respektive 3.

$40 \leq d < 60$ ger slutbetyg 3,

$60 \leq d < 80$ ger slutbetyg 4,

$80 \leq d$ ger slutbetyg 5.

Om händelsen $(A \cap B \cap C)^C$ inträffar (alltså att Emil inte blir godkänd på alla duggor) måste Emil skriva sluttentamen för att få slutbetyg i kursen. Emil kan välja att skriva sluttentan trots att han redan blivit godkänd för att försöka höja sitt betyg.

Komplementhändelserna A^C , B^C och C^C innebär att Emil blir underkänd på dugga 1, 2 respektive 3. Händelsen att bli underkänd på någon (minst en)

av duggorna kan skrivas $A^C \cup B^C \cup C^C$. Symbolen $\cup$ utläses "union" och betyder "och/eller".

Att inte bli godkänd på alla duggor är samma sak som att bli underkänd på minst en av duggorna. Alltså måste

$$(A \cap B \cap C)^C = A^C \cup B^C \cup C^C.$$

Sambandet ovan gäller för alla händelser A , B och C , inte bara vårt specifika. (Rita Venndiagram för att förstå varför detta gäller.)

Om tentan skrivs

För att förenkla lite låter vi nu A vara händelsen att Emils alla duggor är godkända (det som var $A \cap B \cap C$ i föregående avsnitt). Vi låter B vara händelsen att Emil blir godkänd (har minst 40% rätt) på sluttentan. För att bli godkänd måste händelsen $A \cup B$ inträffa, alltså

1. Emil godkänd på duggorna men underkänd på tentan ($A \cap B^C$),
2. Emil underkänd på duggorna men godkänd på tentan ($A^C \cap B$),

eller,

3. Emil godkänd på både duggorna och tentan ($A \cap B$).

Genom att rita Venndiagram kan vi se att händelserna $A \cap B^C$, $A^C \cap B$ och $A \cap B$ är disjunkta, vilket betyder att de inte kan inträffa samtidigt. Vi kan också se att

$$A \cup B = (A \cap B^C) \cup (A^C \cap B) \cup (A \cap B).$$

Låt t vara det procentuella antalet rätt på sluttentan. Slutbetyget baseras på det sammanvägda dugga-tentaresultatet m . Hur m beräknas beror på vilket av fallen ovan som inträffar:

1. $m = d$,
2. $m = \max(a, t)$, där $a = d + 0.6 \cdot t$,
3. $m = \max(b, d, t)$, där $b = 40 + 0.6 \cdot t$.

Värdet på m avgör slutbetyget

$40 \leq m < 60$ ger slutbetyg 3,

$60 \leq m < 80$ ger slutbetyg 4,

$80 \leq m$ ger slutbetyg 5.

Om alla Emils duggor är godkända kan m aldrig vara mindre än d . Det går alltså inte att sänka sitt betyg genom att skriva sluttentan.