

**Tentamen i Matematisk statistik för DAI2 och EI2 den 13 mars 2010.**

**Tid:** kl 14.00 - 18.00

**Hjälpmedel:** Chalmersgodkänd ( typgodkänd ) räknedosa, Tabell- och formelsamling, Håkan Blomqvist, Matematisk statistik, Ulla Dahlbom, Matematisk statistik, Erik Pettersson.

**Examinator:** Ulla Blomqvist

**Ansvarig lärare:** Ulla Blomqvist, tel. 772 5886

Tentamen omfattar 8 uppgifter och totalt 50 p. För godkänt krävs 20p.

Resultatet meddelas via LADOK. Granskning och uthämtning sker hos sekreteraren vid avdelningen för matematik, plan 4 i hus JUPITER.

Behandla högst en uppgift per blad! Däremot kan deluppgifter, t ex **1a**, **1b** och **1c** behandlas på samma blad.

Lösningarna skall vara fullständigt redovisade!

---

**Uppgift 1:** Erik och Simon utför oberoende av varandra ett försök var. Sannolikheten att de skall lyckas med sina försök är 0.7 respektive 0.8.

- a) Hur stor är sannolikheten att exakt ett av försöken blir lyckat?
- b) Hur stor är sannolikheten att minst ett av försöken är misslyckat?

Anta att händelserna istället varit beroende.

- c) Vilket är i så fall det minsta värde som sannolikheten i b-uppgiften kan anta? (6 poäng)

**Uppgift 2:** Bland 12 elproppar finns 5 defekta. Man tar utan återläggning slumpmässigt ut 4 proppar. Vad är sannolikheten att

- a) få 2 defekta och 2 hela proppar?
- b) både bland de 2 första och bland de 2 sista finns exakt en defekt propp?
- c) Beräkna förväntat antal defekta proppar i urvalet.

(6 poäng)

**Uppgift 3:** Den stokastiska variabeln  $\xi$  har frekvensfunktionen

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{50} & 0 < x < 10 \\ 0 & \text{för övrigt} \end{cases}$$

- a) Bestäm fördelningsfunktionen för  $\xi$ .
- b) Beräkna  $P(2 < \xi < 3)$
- c) Beräkna väntevärde och varians för  $\xi$ .

(8 poäng)

**Uppgift 4:** En maskin producerar metalltappar vars diameter måste understiga 1.5 tum för att vara användbara i produktionen. En statistisk undersökning har visat att tapparnas diameter kan betraktas som normalfördelad med  $\mu = 1.49$  och  $\sigma = 0.005$ .

- Hur stor andel av de tillverkade tapparna är användbara i produktionen?
- Tapparna förpackas i lådor om 50 stycken. Vad är sannolikheten att högst 2 tappor i en låda inte kan användas i produktionen?

(6 poäng)

**Uppgift 5:** Vid en testning av en viss maskin placeras den i en miljö, där den utsätts för störningar. Tidsavståndet mellan två på varandra följande störningar är exponentialfördelat med väntevärdet  $\frac{1}{2}$  minut. Man räknar med att maskinen går sönder vid var 100:e störning.

Låt  $\eta$  vara tiden i minuter fram tills maskinen går sönder. Beräkna  $P(\eta > 45)$ .

(6 poäng)

**Uppgift 6:** Vid en undersökning av mätdata från en precisionsinstrument fick man värdena

3.1 4.1 3.4 3.7 3.3 3.2 4.3 4.0 3.1 3.9

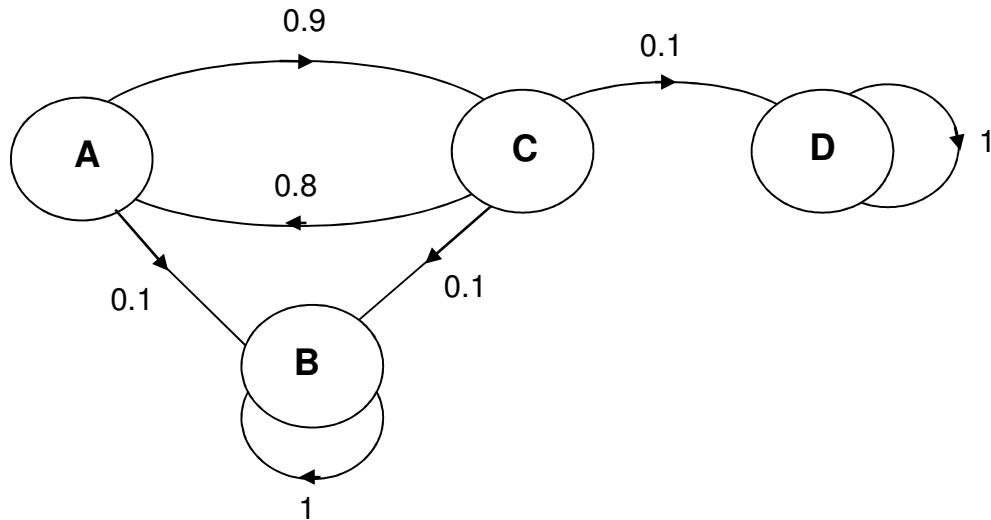
Mätvärdena anses vara observationer från en normalfördelning med okända parametrar  $\mu$  och  $\sigma$ .

- Beräkna ett 95%-igt konfidensintervall för  $\mu$ .
- Beräkna ett 99%-igt uppgått begränsat konfidensintervall för  $\sigma$ .
- Är det troligt att  $\sigma = 1$ . Du måste motivera svaret genom att använda resultaten från beräkningarna i b-uppgiften. Om du inte har gjort b-uppgiften så svara generellt på hur man vet om ett visst värde kan vara det sanna.

(6 poäng)

**Uppgifterna 7 och 8 finns på nästa sida**

**Uppgift 7:** Anta att man har en Markovkedja i diskret tid som kan illustreras med nedanstående flödesdiagram



Beräkna förväntat antal tidsenheter tills processen kommer in i ett absorberande tillstånd om processen startar i tillstånd **A**.

(6 poäng)

**Uppgift 8:** Anta att ett företag har 2 maskiner som arbetar parallellt oberoende av varandra. Var och en går sönder med intensiteten 0.01. Så fort en maskin går sönder påbörjas reparationen. Anta att man har anställt 2 reparatörer för att underhålla maskinerna. En serviceman reparerar en maskin med intensiteten 0.04. Två servicemän kan inte arbeta samtidigt på samma maskin. En stillastående maskin kostar företaget 5500 kr/timme. Beräkna förväntad kostnad för de stillastående maskinerna.

(6 poäng)