

Veckoblad 5

Kapitel 5 i Matematisk statistik, Dahlbom U.

Nya begrepp: Oberoende stokastiska variabler, blandade fördelningar.

Övningar att räkna: 5.1-5.4, 5.13, 5.15

Snabbrepetition:

1. Väntevärdesregler:

$$E(\eta) = E(a + b\xi) = a + bE(\xi)$$
$$E(\eta) = E(\xi_1 + \xi_2) = E(\xi_1) + E(\xi_2)$$

2. Variansregler:

$$\text{Var}(\eta) = \text{Var}(a + b\xi) = b^2\text{Var}(\xi)$$
$$\text{Var}(\eta) = \text{Var}(\xi_1 + \xi_2) = \text{Var}(\xi_1) + \text{Var}(\xi_2)$$

3. Observera att $\text{Var}[\xi_1 - \xi_2] = \text{Var}[\xi_1] + \text{Var}[\xi_2]$ om variablerna är **oberoende**

4. Att oberoendet är viktigt i formlerna för variansen ser man av följande exempel:
Anta att vi kastar en tärning 20 gånger. Låt ξ_1 vara antalet ggr vi får en sexa och ξ_2 antalet gånger vi ej får det, d.v.s. ξ_1 och ξ_2 är beroende.

Då är alltid $\xi_1 + \xi_2 = 20$ och $\text{Var}[\xi_1 + \xi_2] = 0$.

Observera att ξ_1 och ξ_2 är binomialfördelade och

$$\text{Var}(\xi_1) = np_1 (1-p_1) = 20 \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6} = \frac{25}{9}$$

och

$$\text{Var}(\xi_2) = np_2 (1-p_2) = 20 \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{25}{9}$$

d.v.s.

$$\text{Var}(\xi_1) + \text{Var}(\xi_2) = \frac{50}{9}$$

Gammalt tentamenstal (V 120113):

Ett bageri bakar ett bröd som säljs för 20 kr styck om det säljs samma dag som det bakas. Säljs brödet dagen efter det bakats sätts priset till 8 kr. Tillverkningskostnaden är 15 kr styck och i genomsnitt säljs 80% av bröden samma dag som de bakas medan resten säljs dagen efter.

- Beräkna bageriets genomsnittliga vinst per bröd.
- Man planerar en kampanj för att sälja mer bröd. Priset sänks till 18 kr och man hoppas på att sälja i genomsnitt 90% av bröden samma dag som de bakas. Även nu säljs dagsgammalt bröd till 8 kr. Hur mycket måste efterfrågan öka för att kampanjen skall löna sig?

(8 poäng)

Kapitel 6 i Matematisk statistik, Dahlbom U.

Nya begrepp: Centrala gränsvärdessatsen med tillämpningar vid approximationer av fördelningar.

Övningar att räkna: 6.1-6.17

Snabbrepetition:

5. Att stickprovet är stort innebär inte att observationerna är normalfördelade. Men urvalsmedelvärdet är approximativt normalfördelat.
6. Hur stort n skall vara vid användandet av CGS beror på den fördelning som variablerna har (tex p vid en binomialfördelning) samt hur noggranna vi vill att beräkningarna skall vara. Som tumregel brukar man säga att n bör minst vara 30-50.
7. Om $(\xi_1, \dots, \xi_n)$ är oberoende med samma fördelning och därmed samma väntevärde μ och varians σ^2 så gäller att summan och medelvärdet är approximativt $N(n \cdot \mu, \sqrt{n} \cdot \sigma)$ resp $N(\mu, \sigma / \sqrt{n})$ för stora n .
8. Om vi exempelvis spelar ett spel och nettovinsten är ξ betyder 2ξ vinsten i **ett** spel med dubbla vinsten medan $\xi_1 + \xi_2$ är sammanlagda vinsten vid **två** spel. $V[\xi_1 + \xi_2] = 2\sigma^2$ medan $V[2\xi] = 4\sigma^2$. Det verkar ju rimligt att variansen blir mindre då en hög vinst första spelet kan jämnas ut av en låg vinst i andra vid **två** spel.

Gammalt tentamenstal (Data 980116):

En plasttillverkare vill skatta den genomsnittliga stöttåligheten hos en spole. Sedan tidigare vet man att en god skattning av variansen är 4900. Antag att man testar 81 spolar. Hur stor är sannolikheten att man får en skattning som avviker med högst 20 enheter från det sanna värdet?

6p