

1. Låt $\xi = \text{flygtiden}$.

$$\xi \text{ är } \sim N(13.75, 0.42)$$

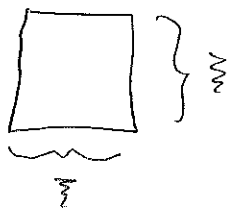
$$a) P(\xi \leq 14) = P\left(\underbrace{\frac{\xi - 13.75}{0.42}}_{\sim N(0,1)} \leq \underbrace{\frac{14 - 13.75}{0.42}}_{\approx 0.60}\right)$$

$$\approx \Phi(0.6) \underset{\substack{\uparrow \\ \text{tabell}}}{\approx} \boxed{0.73}$$

$$b) P(\xi > 12.92) = 1 - P(\xi \leq 12.92) = 1 - P\left(\frac{\xi - 13.75}{0.42} \leq \frac{12.92 - 13.75}{0.42}\right) \\ = 1 - \Phi(-1.98) = 1 - (1 - \Phi(1.98)) = \Phi(1.98) \underset{\substack{\uparrow \\ \text{tabell}}}{\approx} \boxed{0.98}$$

2. $\xi \sim R(0,1)$.

$$A = \text{Area} = \xi^2$$



$$a) P(A > 0.5) = P(\xi^2 > 0.5) = P(\xi > \sqrt{0.5}) = \int_{\sqrt{0.5}}^1 1 dx = \\ = [x]_{\sqrt{0.5}}^1 = 1 - \sqrt{0.5} \approx \boxed{0.29}$$

$$b) \text{FM} = P(A \leq x) = P(\xi^2 \leq x) = P(\xi \leq \sqrt{x}) = \int_0^{\sqrt{x}} dt = [t]_0^{\sqrt{x}} = \sqrt{x}$$

$$f(x) = F'(x) = \boxed{\frac{1}{2\sqrt{x}} \text{ för } 0 \leq x \leq 1}$$

$$\boxed{f(x) = 0 \text{ om } x < 0 \text{ eller } x > 1.}$$

3-1 ξ har täthet $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{24} & \text{dö } 1 \leq x \leq 7 \\ 0 & \text{annars} \end{cases}$

a) $P(1 \leq \xi \leq 6) = \int_1^6 f(x) dx = \int_1^6 \frac{x}{24} dx = \left[\frac{x^2}{48} \right]_1^6 =$
 $= \frac{36}{48} - \frac{1}{48} = \boxed{\frac{35}{48} \approx 0.73}$

b) $E(2\xi + 1) = 2E(\xi) + 1.$

$E(\xi) = \int_1^7 x \cdot \frac{x}{24} dx = \int_1^7 \frac{x^2}{24} dx = \left[\frac{x^3}{72} \right]_1^7 = \frac{343 - 1}{72} = \frac{342}{72} \approx 4.76$

$E(2\xi + 1) = 2 \cdot \frac{342}{72} + 1 = \boxed{\frac{379}{36} \approx 10.53}$

c) $\text{Var}(\xi) = E(\xi^2) - (E(\xi))^2$

$E(\xi^2) = \int_1^7 x^2 \cdot \frac{x}{24} dx = \int_1^7 \frac{x^3}{24} dx = \left[\frac{x^4}{96} \right]_1^7 = \frac{2401 - 1}{96} = \frac{2400}{96} = 25$

$\text{Var}(\xi) = 25 - \left(\frac{342}{72} \right)^2 = \boxed{\frac{39}{16} \approx 2.44}$

d) $P(1 \leq \xi \leq 3 | 1 \leq \xi \leq 6) = \frac{P(\{1 \leq \xi \leq 3\} \cap \{1 \leq \xi \leq 6\})}{P(1 \leq \xi \leq 6)} =$

$\frac{P(1 \leq \xi \leq 3)}{P(1 \leq \xi \leq 6)}$, $P(1 \leq \xi \leq 3) = \int_1^3 \frac{x}{24} dx = \left[\frac{x^2}{48} \right]_1^3 = \frac{9 - 1}{48} = \frac{8}{48} = \frac{1}{6}$

$\Rightarrow P(1 \leq \xi \leq 3 | 1 \leq \xi \leq 6) = \frac{1/6}{35/48} = \boxed{\frac{8}{35} \approx 0.23}$

4.1 Låt ξ = antalet hjortar under en dag.

a) ξ är $P_0(3)$. Dvs: $P(\xi = x) = \frac{e^{-3} 3^x}{x!}$ då $x = 0, 1, 2, \dots$

$$P(\xi = 0) = \frac{e^{-3} 3^0}{0!} = \boxed{e^{-3}} \approx 0,05$$

b) Låt ξ_i = antalet hjortar under dag i .

Låt T = totala antalet hjortar under 100 dagar.

$$\text{Då är } T = \sum_{i=1}^{100} \xi_i.$$

Vi har $E(\xi_i) = 3$ och $S(\xi_i) = \sqrt{3}$ enligt regler för Poisson-fördelningen.

Enligt centrala gränsvärdesatsen gäller att

$$T \text{ är approx } N(3 \cdot 100, \sqrt{3} \cdot \sqrt{100}) = N(300, 10 \cdot \sqrt{3})$$

$$P(T > 320) = 1 - P(T \leq 320) = 1 - P\left(\frac{T-300}{10\sqrt{3}} \leq \frac{320-300}{10\sqrt{3}}\right)$$

$$\approx N(0,1) \quad \approx 1,15$$

$$\approx 1 - \Phi(1,15) \approx 1 - 0,8749 = \boxed{0,1251}$$

5.) Vet att $P(A) = 0,91$, $P(B) = 0,92$, $P(A \cap B) = 0,89$

a) För oberoende gäller: $P(A \cap B) = P(A)P(B)$.

Här har vi $P(A) \cdot P(B) = 0,8372 \neq 0,89 = P(A \cap B)$.

Alltså: A och B är ej oberoende.

b) Händelsen att åtminstone en av A och B fungerar
 $= A \cup B$.

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0,91 + 0,92 - 0,89 = \boxed{0,94}$$

c) Vi söker $P(A|B)$.

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0,89}{0,92} \approx \boxed{0,97}$$

6.) Ett ensidigt 95% konfidensintervall för standardavvikelsen σ ges av

a) $\left[0, \sqrt{\frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{0,95}}} \right]$ där n = antalet mätningar och s är storleksprovsstandardavvikelsen

Här är $n=4$. Vi har $\bar{x} = \frac{20,1 + 20,3 + 19,6 + 20,9}{4} \approx 20,225$

$$s = \sqrt{\frac{1}{4-1} ((20,1 - \bar{x})^2 + (20,3 - \bar{x})^2 + (19,6 - \bar{x})^2 + (20,9 - \bar{x})^2)}$$

$$= \dots = 0,537742$$

$$\chi^2_{0,95} = 0,3518$$

antalet frihetsgrader = $4-1=3$

se χ^2 -tabel

✓

Forts / Så intervallet blir

$$\left[0, \frac{\sqrt{3} \cdot 0.5337}{\sqrt{0.3518}} \right] = \boxed{[0, 1.56]}$$

b) Eftersom 0.7 ligger i detta intervall kan vi inte
utesluta att standardavvikelsen är högre än 0.7.
Vi gör alltså bäst i att undersöka maskinen.

7.)

$$l_B = \frac{(y_3 + y_4 + y_7 + y_8)}{4} - \frac{(y_1 + y_2 + y_5 + y_6)}{4} =$$

a)

$$= \frac{73 + 77 + 71 + 75}{4} - \frac{(41 + 42 + 50 + 55)}{4} = \boxed{27}$$

Teckentabell för AB:

+
-
-
+
+
-
-
+

$$l_{AB} = \frac{(y_1 + y_4 + y_5 + y_8)}{4} - \frac{(y_2 + y_3 + y_6 + y_7)}{4}$$

$$= \frac{(41 + 77 + 50 + 75)}{4} - \frac{(42 + 73 + 55 + 71)}{4} = \boxed{0.5}$$

b) Sigvard: D = AB E = BC

$$I_1 = ABD \quad I_2 = BCE \quad I_3 = I_1 I_2 = A \cancel{B} \cancel{D} \cancel{B} C E = ACDE$$

Altius för C: $C = CI_1 = \boxed{ABCD}$ $C = CI_2 = \cancel{A} B \cancel{C} E = \boxed{BE}$

$C = CI_3 = CACDE = \boxed{ADE}$

Sigrid: D = AC E = AB. $I_1 = ACD$ $I_2 = ABE$

$I_3 = I_1 I_2 = \cancel{A} C \cancel{D} \cancel{A} B E = BCDE.$

Altius för C: $C = CI_1 = \cancel{A} C \cancel{D} = \boxed{AD}$ $C = CI_2 = \boxed{ABCE}$

$C = CI_3 = CBCDE = \boxed{BDE}$

7c) Sigvard: C sammanblandas med ABCD, BE och ADE

Sigrid: C sammanblandas med AD, ABCE och BDE

Viser att C sammanblandas med AD med Sigrids val av generatörer men inte med Sigvards.

Alltså är Sigvards val av generatörer att föredra.

8 a)

Grupp	19	20
$\bar{x}$	6.3	7.0
R	0.4	0.4

b

$$\bar{\bar{x}} = \frac{7.0 + 6.9 + \dots + 6.3 + 7.0}{20} = 6.755$$

$$\bar{R} = \frac{0.2 + 0.5 + \dots + 0.4 + 0.4}{20} = 0.34$$

$\bar{x}$ -diagram: $K_u = \bar{\bar{x}} - A_2 \bar{R} = 6.755 - 1.023 \cdot 0.34 = 6.40718$

$$K_o = \bar{\bar{x}} + A_2 \bar{R} = 6.755 + 1.023 \cdot 0.34 = 7.10282$$

Vi ser att till exempel grupp 19 har $\bar{x} = 6.3$ vilket är lägre än K_u . Alltså är processen ej i statistisk kontroll.

R-diagram: $K_u = D_3 \bar{R} = 0 \cdot 0.34 = 0$

$$K_o = D_4 \bar{R} = 2.575 \cdot 0.34 = 0.8755$$

