

Matematisk statistik LMA521

Tentamen 2014-08-28

Tid: 8.30-12.30

Hjälpmedel: Kursboken **Matematisk Statistik** av Ulla Dahlbom. Formelsamlingen **Tabell- och formelsamling i matematisk statistik, försöksplanering och kvalitetsstyrning** av Håkan Blomqvist. Boken och formelsamlingen får ej innehålla extra anteckningar, men understrykningar, sticks och markeringar är tillåtna. **Chalmersgodkänd räknare.**

Examinator: Johan Tykesson

Telefonvakt: Johan Tykesson, 0703182096

Till varje uppgift skall fullständig lösning lämnas!
OBS: text på tre sidor!

- (2.5+2.5 poäng) Erik köper en flygbiljett från London till Buenos Aires. Det står att flygtiden är 13 timmar och 45 minuter. I själva verket är flygtiden inte exakt 13 timmar och 45 minuter. Undersökningar visar att flygtiden kan antas vara en normalfördelad stokastisk variabel med väntevärde 13 timmar och 45 minuter och med standardavvikelse 25 minuter.
 - Beräkna sannolikheten att flygtiden är mindre än eller lika med 14 timmar.
 - Beräkna sannolikheten att flygtiden är längre än 12 timmar och 55 minuter.
- (3+3 poäng) Antag att den kontinuerliga stokastiska variabeln ξ är rektangelfördelad på intervallet $(0, 1)$. Man ritar en kvadrat med sidlängd ξ .
 - Beräkna sannolikheten att kvadratens area är större än 0.5.
 - Beräkna frekvensfunktionen för kvadratens area.
- (2+2+2+3 poäng) Antag att ξ är en kontinuerlig stokastisk variabel med frekvensfunktion

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{24} & \text{för } 1 \leq x \leq 7 \\ 0 & \text{för övrigt} \end{cases}$$

- Beräkna $P(1 \leq \xi \leq 6)$
 - Beräkna $E(2\xi + 1)$
 - Beräkna $Var(\xi)$
 - Beräkna den betingade sannolikheten $P(1 \leq \xi \leq 3 | 1 \leq \xi \leq 6)$
- (1+5 poäng) Antalet hjortar som passerar genom ett visst skogsparti under en dag antas vara Poissonfördelat med parameter med väntevärde 3.
 - Beräkna sannolikheten att det under en dag inte passerar någon hjort genom skogspartiet.

- (b) Antag att antalet hjortar som passerar skogspartiet är oberoende dag från dag. Beräkna approximativt sannolikheten att det under 100 dagar passerar fler än 320 hjortar genom skogspartiet.
5. (1+2.5+2.5 poäng) Ett varningssystem består av två komponenter, som kallas A och B. Om en olycka inträffar det så gäller det att sannolikheten att A fungerar är 0.91, sannolikheten att B fungerar är 0.92 och sannolikheten att både A och B fungerar är 0.89. Antag nu att en olycka inträffar.
- (a) Är händelserna "A fungerar" och "B fungerar" oberoende?
- (b) Vad är sannolikheten att åtminstone en av A och B fungerar?
- (c) Beräkna den betingade sannolikheten att A fungerar, givet att B fungerar.
6. (4+1 poäng) En kaffeautomat fyller muggar med kaffe. Mängden kaffe som hamnar i en mugg beror på slumpen. Om standardavvikelsen för mängden kaffe som hamnar i en mugg är för stor får man undersöka om det är något fel på maskinen. Man har en regel som säger att om standardavvikelsen överstiger 0.7 centiliter, så undersöker man maskinen. Man gör nu 4 mätningar och får resultaten (i enheten centiliter)

20.1 20.3 19.6 20.9

Vi gör antagandet att mätningarna kommer från en normalfördelning och att de är gjorda oberoende av varandra.

- (a) Beräkna ett ensidigt 95% konfidsintervall för standardavvikelsen för mängden dryck i en kopp.
- (b) Utgående från intervallet du beräknat ovan, finns det skäl att undersöka om det är fel på maskinen?
7. (2+4+1 poäng) Man genomförde ett fullständigt faktorförsök för att undersöka hur de 3 faktorerna A , B och C påverkade en speciell situation. Man fick följande resultat från de åtta försöken.:

Nr.	A	B	C	Resultat y
1	-	-	-	41
2	+	-	-	42
3	-	+	-	73
4	+	+	-	77
5	-	-	+	50
6	+	-	+	55
7	-	+	+	71
8	+	+	+	75

- (a) Beräkna huvudeffekten l_B och samspelseffekten l_{AB} .
- (b) Antag att man också var intresserad av faktorerna D och E . Man har bara råd att göra 8 försök, så man får göra ett reducerat faktorförsök. Man kan lägga upp det reducerade faktorförsöket på olika sätt. Antag att ingenjören Sigvard väljer generatorerna $D = AB$ och $E = BC$,

medan ingenjören Sigrid väljer generatorerna $D = AC$ och $E = AB$. Beräkna alla alias för C med Sigvards val av generatorer. Beräkna också alla alias för C med Sigrids val av generatorer.

- (c) Antag att man vet att det viktigt att undvika att C sammanblandas med AD . Med tanke på detta, verkar det som att Sigvards eller Sigrids val av generatorer att föredra? Motivera!

8. (1+5 poäng) För att kontrollera en kemisk tillverkningsprocess tar man med jämna mellanrum ut en provgrupp om 3 enheter och mäter pH värde. Från 20 provgrupper har man följande resultat (där $\bar{x}$ är provgruppsmedelvärdet och R är variationsbredden för provgruppen):

Provgrupp:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	6.9	6.8	6.2	7.4	7.0	6.4	6.4	6.8	7.1	7.1
	7.0	6.7	7.0	7.3	6.8	6.2	6.2	6.8	6.1	7.2
	7.1	7.2	6.6	7.2	6.6	6.6	6.3	6.8	6.6	7.3
$\bar{x}$	7.0	6.9	6.6	7.3	6.8	6.4	6.3	6.8	6.6	7.2
R	0.2	0.5	0.8	0.2	0.4	0.4	0.2	0.0	1.0	0.2
Provgrupp:	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
	6.3	6.8	6.2	7.3	7.0	6.4	6.4	6.8	6.5	7.0
	6.4	6.7	7.0	7.3	6.8	6.4	6.4	6.9	6.3	7.2
	6.5	6.9	6.6	7.3	7.2	6.7	6.4	7.0	6.1	6.8
$\bar{x}$	6.4	6.8	6.6	7.3	7.0	6.5	6.4	6.9	?	?
R	0.2	0.2	0.8	0.0	0.4	0.3	0.0	0.2	?	?

- (a) Beräkna provgruppsmedelvärdena och variationsbredderna för provgrupp 19 och 20.
- (b) Avgör om processen är i statistisk kontroll eller inte, genom att beräkna övre och undre kontrollgränser för $\bar{x}$ - och R -diagram. (Om du ej löst uppgift a så får du lösa denna uppgift med de 18 första provgrupperna.)

Lycka till!