

Tillämpad matematisk statistik LMA521 – Tentamen 2013-12-18

Hjälpmedel: Kursboken Matematisk Statistik av Ulla Dahlbom. Tabell- och formelsamling i matematisk statistik, försöksplanering och kvalitetsstyrning av Håkan Blomqvist. Böckerna får ej innehålla extra anteckningar, men understrykningar, sticks och markeringar är tillåtna. Chalmersgodkänd räknare.

Telefonvakt:

Till varje uppgift skall fullständig lösning lämnas.

1. (6 poäng) Antalet hjortar som passerar ett visst skogsparti under ett dygn antas Poissonfördelat med parameter $\lambda = 2$.
 - (a) Vad är sannolikheten att det passerar exakt 1 hjort under ett dygn?
 - (b) Vad är sannolikheten att antalet hjortar som passerar under ett dygn är större än eller lika med 3?
 - (c) Antag att antalet hjortar som passerar under en måndag är oberoende av antalet hjortar som passerar under en torsdag. Vad är sannolikheten att det totala antalet hjortar som passerar under måndag och torsdag är mindre än eller lika med 1?
2. (8 poäng) Antag att livstiden (i år) för en viss sorts batteri kan betraktas som en exponentialfördelad stokastisk variabel med parameter $\lambda = 1.5$.
 - (a) Vad är sannolikheten att ett batteris livstid blir mindre än eller lika med 1 år?
 - (b) Antag nu att vi har 100 batterier vars livstider antas vara oberoende av varandra. Beräkna approximativt sannolikheten att summan av de hundra batteriernas livstider är större än eller lika med 80 år.
 - (c) Antag att vi har 6 batterier. Antag att deras livstider är oberoende. Vad är sannolikheten att mindre än 3 av dessa 6 batterier får en livstid som är mindre än eller lika med 1 år? Ifall du inte löst uppgift (a) så kan du vid lösandet av denna uppgift anta ett rimligt värde på svaret i uppgift (a).
3. (6 poäng) Antag att ξ är en kontinuerlig stokastisk variabel med frekvensfunktion

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3}{14}(x + x^2) & \text{för } 0 \leq x \leq 2 \\ 0 & \text{för övrigt} \end{cases}$$

- (a) Beräkna väntevärde, varians, och standardavvikelse för ξ .
- (b) Beräkna $P(\xi \leq 1.5)$.
- (c) Beräkna $P(\xi \geq 0.5 \mid \xi \leq 0.75)$.

4. (6 poäng) En metallurg undersöker grundämnet mangans smältpunkt. Hon gör 4 mätningar, och får följande resultat (i grader Celsius):

1269 1271 1263 1265

Vi antar att mätningarna är gjorda oberoende av varandra, och att mätningarna kommer från en normalfördelning med väntevärde μ och standardavvikelse σ .

- (a) Antag att man sedan tidigare vet att $\sigma = 3.65$. Beräkna ett 95% konfidensintervall för μ .
- (b) Antag nu istället att man inte vet σ , utan måste skatta σ med s från mätvärdena. Beräkna ett 98% konfidensintervall för μ .
5. (6 poäng) Vid tillverkning av muttrar kan följande fel uppkomma:
A: Sexkantsformen är felaktig.
B: Hålet har felaktig diameter.
C: Gängorna är defekta.
 Antag att händelsen *A* är oberoende av såväl *B* som *C*, medan händelserna *B* och *C* är disjunkta. Man vet också att $P(A) = 0.02$, $P(B) = 0.03$ och $P(C) = 0.01$. Antag nu att man granskar en slumpmässigt vald mutter.
- (a) Vad är sannolikheten att exakt ett av felen inträffar?
- (b) Givet att sexkantsformen är felaktig, vad är den betingade sannolikheten att diametern är felaktig?
- (c) Vad är sannolikheten att exakt 2 av felen inträffar?
6. (6 poäng) Man genomförde ett fullständigt faktorförsök för att undersöka hur de 3 faktorerna *A*, *B* och *C* påverkade en speciell situation. Man fick följande resultat från de åtta försöken.:

Nr.	A	B	C	AB	AC	BC	ABC	Resultat y
1	-	-	-	+	+	+	-	56
2	+	-	-	-	-	+	+	59
3	-	+	-	-	+	-	+	75
4	+	+	-	+	-	-	-	74
5	-	-	+	+	-	-	+	55
6	+	-	+	-	+	-	-	60
7	-	+	+	-	-	+	-	70
8	+	+	+	+	+	+	+	72

- (a) Beräkna huvudeffekterna l_A , l_B och l_C .
- (b) Antag att man också var intresserad av faktorerna *D* och *E*. Man bestämmer sig för att göra ett 2^{5-2} reducerat faktorförsök. Antag att man väljer teckenkolumner för *A*, *B* och *C* precis som ovan. Välj nu generatorer för *D* och *E* så att upplösningen blir så hög som möjligt. Beräkna sedan sammanblandningsmönstret för *A* då du använder de generatorer du valt.
7. (6 poäng) För att kontrollera en tillverkningsprocess tar man med jämna mellanrum ut en provgrupp om 5 enheter. Från 20 provgrupper har man

följande resultat (där $\bar{x}$ är provgruppsmedelvärdet och R är variationsbredden för provgruppen):

Provgrupp:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\bar{x}$	11.4	10.9	9.7	11.2	10.7	9.6	11.6	9.9	9.6	11.0
R	2.1	1.3	3.8	2.6	2.9	3.2	4.7	3.1	2.8	1.8
Provgrupp:	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
$\bar{x}$	11.6	9.9	9.6	10.2	10.6	9.9	11.0	9.9	9.8	11.2
R	2.1	1.5	3.7	1.6	1.9	4.2	3.2	1.9	3.6	2.3

Avgör om processen är i statistisk kontroll eller inte, genom att beräkna övre och undre kontrollgränser för $\bar{x}$ -diagram (medelvärdesdiagram) och R -diagram.

8. (6 poäng) I denna uppgift antar vi att storleken på partierna av enheter är så stora att urvalens storlekar är försumbara i jämförelse.
- En företagare vill ta fram en enkel provtagningsplan som uppfyller följande: om felkvoten i ett parti produkter är 0.02, vill han att partiet skall accepteras med sannolikhet 0.98, och om felkvoten är 0.1 så vill han att partiet accepteras med sannolikhet 0.02. Använd bifogat binomialfördelningsnomogram för att hjälpa företagaren att ta fram en sådan provtagningsplan.
 - Antag man har följande dubbla provtagningsplan: i urval 1 testas 20 enheter. Om antalet defekta i urval 1 är mindre än eller lika med 1, accepterar man partiet. Om antalet defekta är större än eller lika med 3, avvisas partiet. Annars går man till urval 2, där 40 nya enheter testas. Man accepterar nu partiet om totala antalet defekta i urval 1 och urval 2 är mindre än eller lika med 2. Annars avvisas partiet. (Med andra ord: $n_1 = 20$, $n_2 = 40$, $c_1 = 1$, $c_2 = 2$, $r_1 = r_2 = 3$). Om felkvoten i ett parti enheter är 0.04, vad är sannolikheten att partiet accepteras?

Lycka till!