

Tillämpad matematisk statistik LMA521

Tentamen 2014-04-25

Tid: 14.00-18.00

Hjälpmedel: Kursboken **Matematisk Statistik** av Ulla Dahlbom. Formelsamlingen **Tabell- och formelsamling i matematisk statistik, försöksplanering och kvalitetsstyrning** av Håkan Blomqvist. Boken och formelsamlingen får ej innehålla extra anteckningar, men understrykningar, sticks och markeringar är tillåtna. **Chalmersgodkänd räknare.**

Examinator: Johan Tykesson

Telefonvakt: Johan Tykesson, 0703182096

Till varje uppgift skall fullständig lösning lämnas!

OBS: text på tre sidor!

1. (2+1+1+3 poäng) Antag att ξ och η är diskreta stokastiska variabler. Antag att $P(\xi = 0) = 0.2$, $P(\xi = 1) = 0.1$, $P(\xi = 2) = 0.5$, $P(\xi = 3) = 0.2$ och $P(\xi = x) = 0$ för alla övriga x . Antag att $P(\eta = 0) = 0.1$, $P(\eta = 1) = 0.2$, $P(\eta = 2) = 0.3$, $P(\eta = 3) = 0.4$ och $P(\eta = x) = 0$ för alla övriga x . Antag också att ξ och η är oberoende.
 - (a) Beräkna väntevärde och varians för ξ .
 - (b) Beräkna $P(\xi \leq 1)$.
 - (c) Beräkna $P(1 < \xi \leq 3)$.
 - (d) Beräkna $P(\xi \leq \eta)$.
2. (2 poäng) Antag att händelserna A och B är oberoende och att $P(A) = 0.2$ och att $P(B) = 0.4$. Beräkna $P(A \cup B)$.
3. (2+1+2+2 poäng) Antag att ξ är exponentialfördelad med väntevärde 2 och att η exponentialfördelad med väntevärde 3. Antag också att ξ och η är oberoende.
 - (a) Beräkna $P(1 \leq \xi \leq 6)$
 - (b) Beräkna $E(2\xi - 3\eta)$
 - (c) Beräkna $Var(2\xi - 3\eta)$
 - (d) Beräkna $P(\xi \geq 3 | \xi \geq 2)$
4. (6 poäng) Till ett nybyggt bostadsområde skall 50 familjer flytta in. Man har byggt 75 parkeringsplatser. Antag att antalet bilar i en familj kan betraktas som en stokastisk variabel med väntevärde 1.4 och standardavvikelse 0.3. Beräkna approximativt sannolikheten att de 75 parkeringsplatserna räcker till de 50 familjernas bilar, om man antar att alla familjerna är oberoende av varandra.
5. (4+1+1 poäng) Man undersöker hur mycket bensin en nyköpt bil drar per mil. Man gör 4 oberoende mätningar och får resultaten (i enheten liter per mil)

0.83 0.82 0.82 0.84

Vi antar att mätningarna kommer från en normalfördelning med okänt väntevärde μ och okänd standardavvikelse σ .

- (a) Beräkna ett 95% konfidensintervall för μ .
- (b) I reklamen för bilen står det att bilen drar i genomsnitt 0.75 liter per mil. Ger konfidensintervallet du beräknat i föregående uppgift anledning att tvivla på reklamen? Motivera!
- (c) Ge en motivering till varför vårt antagande att mätvärdena kommer från en normalfördelning inte helt stämmer överrens med verkligheten.
6. (6 poäng) Antag att man först kastar en 6-sidig symmetrisk tärning. Låt ξ beteckna det antal prickar man får på tärningen. Antag sedan att man kastar ett mynt ξ gånger. Vi antar att myntet är symmetriskt och har två sidor: krona och klave. Beräkna sannolikheten att man får krona på alla kasten.

7. (2+4+1 poäng) Man genomförde ett fullständigt faktorförsök för att undersöka hur de 3 faktorerna A , B och C påverkade en speciell situation. Man fick följande resultat från de åtta försöken.:

Nr.	A	B	C	Resultat y
1	-	-	-	43
2	+	-	-	45
3	-	+	-	72
4	+	+	-	75
5	-	-	+	51
6	+	-	+	52
7	-	+	+	70
8	+	+	+	75

- (a) Beräkna huvudeffekten l_A och samspelseffekten l_{BC} .
- (b) Antag att man också var intresserad av faktorerna D och E . Man har bara råd att göra 8 försök, så man får göra ett reducerat faktorförsök. Man kan lägga upp det reducerade faktorförsöket på olika sätt. Antag att ingenjören Styrbjörn väljer generatorerna $D = AB$ och $E = BC$, medan ingenjören Gerd väljer generatorerna $D = AC$ och $E = AB$. Beräkna alla alias för C med Styrbjörns val av generatorer. Beräkna också alla alias för C med Gerds val av generatorer.
- (c) Antag att man vet att det viktigt att undvika att C sammanblandas med AD . Med tanke på detta, verkar det som att Styrbjörns eller Gerds val av generatorer att föredra? Motivera!
8. (4 poäng) En företagare skall köpa in ett parti på 8 bormaskiner. Hon använder en enkel provtagningsplan som fungerar på följande vis: Hon tar ett urval på 2 bormaskiner. Om antalet defekta bormaskiner i urvalet är 0 accepteras partiet. Annars avvisas det. Beräkna sannolikheten att partiet avvisas om det finns 3 defekta bormaskiner i partiet.
9. (5 poäng) Antag att en företagare köper in ett parti med 1000 resistorer. För att avgöra om partiet skall accepteras eller avvisas används en dubbel provtagningsplan som fungerar på följande vis: I urval 1 kontrolleras 20 resistorer. Om antalet defekta resistorer i urval 1 är mindre än eller lika med 1 så accepteras partiet. Om antalet defekta resistorer är större än

eller lika med 4 så avvisas partiet. I övriga fall så går man till urval 2. I urval 2 kontrolleras 40 nya resistorer. Om det totala antalet defekta i urval 1 och 2 är mindre än eller lika med 3 så accepteras partiet. Annars avvisas partiet. Med andra ord, man har en dubbel provtagningsplan med parametrar $n_1 = 20$, $n_2 = 40$, $c_1 = 1$, $c_2 = 3$, $r_1 = 4$, $r_2 = 4$. Antag nu att felkvoten i partiet är 0.01. Beräkna sannolikheten att partiet accepteras. Motivera eventuella approximationer du gör.

Lycka till!