

$$1 \text{ a) } E(\xi) = \sum_{k=0}^3 k \cdot P(\xi=k) = 0 \cdot 0,2 + 1 \cdot 0,1 + 2 \cdot 0,5 + 3 \cdot 0,2 =$$

$$= \boxed{1,7}$$

$$E(\xi^2) = \sum_{k=0}^3 k^2 P(\xi=k) = 0^2 \cdot 0,2 + 1^2 \cdot 0,1 + 2^2 \cdot 0,5 + 3^2 \cdot 0,2$$

$$= \boxed{3,9}$$

$$\text{Var}(\xi) = E(\xi^2) - (E(\xi))^2 = 3,9 - 1,7^2 = \boxed{1,01}$$

$$b) P(\xi \leq 1) = P(\xi=0) + P(\xi=1) = 0,2 + 0,1 = \boxed{0,3}$$

$$c) P(1 < \xi \leq 3) = P(2 \leq \xi \leq 3) = P(\xi=2) + P(\xi=3) = 0,5 + 0,2 = \boxed{0,7}$$

d) Inför händelserna

$$A = \{\xi=0 \text{ och } 0 \leq \eta \leq 3\}$$

$$B = \{\xi=1 \text{ och } 1 \leq \eta \leq 3\}$$

$$C = \{\xi=2 \text{ och } 2 \leq \eta \leq 3\}$$

$$D = \{\xi=3 \text{ och } \eta=3\}$$

Då gäller $\{\xi \leq \eta\} = A \cup B \cup C \cup D$

$$\text{Vi har } P(A) \underset{\text{oberoende}}{=} P(\xi=0) \cdot P(0 \leq \eta \leq 3) = 0,2 \cdot 1 = 0,2$$

$$P(B) = P(\xi=1) \cdot P(1 \leq \eta \leq 3) = 0,1 \cdot (0,2 + 0,3 + 0,4) = 0,1 \cdot 0,9 = 0,09$$

$$P(C) = P(\xi=2) \cdot P(2 \leq \eta \leq 3) = 0,5 \cdot (0,3 + 0,4) = 0,35$$

$$P(D) = P(\xi=3) P(\eta=3) = 0,2 \cdot 0,4 = 0,08$$

$$\Rightarrow P(\xi \leq \eta) = P(A \cup B \cup C \cup D) = P(A) + P(B) + P(C) + P(D) =$$

$$= 0,2 + 0,09 + 0,35 + 0,08 = \boxed{0,72}$$

$$\underline{2.} \quad P(A \cup B) = \underset{\substack{\uparrow \\ \text{additionssatz}}}{P(A) + P(B)} - \underset{\substack{\uparrow \\ \text{Obergrenze}}}{P(A \cap B)} = P(A) + P(B) - P(A)P(B) =$$

$$= 0,2 + 0,4 - 0,2 \cdot 0,4 = 0,6 - 0,08 = \boxed{0,52}$$

$$\underline{3.} \quad a) \quad P(1 \leq \xi \leq 6) = \int_1^6 \frac{1}{2} e^{-\frac{1}{2}x} dx = \left[-e^{-\frac{1}{2}x} \right]_1^6 =$$

$$= -e^{-3} - (-e^{-\frac{1}{2}}) = \boxed{e^{-\frac{1}{2}} - e^{-3}} \approx \boxed{0,557}$$

$$b) \quad E(2\xi - 3\eta) = 2E(\xi) - 3E(\eta) = 2 \cdot 2 - 3 \cdot 3 = 4 - 9 = \boxed{-5}$$

$$c) \quad \text{Var}(2\xi - 3\eta) = \text{Var}(2\xi) + \text{Var}(-3\eta) = 2^2 \text{Var}(\xi) + (-3)^2 \text{Var}(\eta)$$

$$\stackrel{d)}{=} 4 \cdot 4 + 9 \cdot 9 = 16 + 81 = \boxed{97}$$

$$\text{Var}(\xi) = 4$$

$$\text{Var}(\eta) = 9$$

$$\underline{d)} \quad P(\xi \geq 3 \mid \xi \geq 2) = \frac{P(\{\xi \geq 3\} \cap \{\xi \geq 2\})}{P(\xi \geq 2)} =$$

$$= \frac{P(\xi \geq 3)}{P(\xi \geq 2)} = \frac{\int_3^{\infty} \frac{1}{2} e^{-\frac{1}{2}x} dx}{\int_2^{\infty} \frac{1}{2} e^{-\frac{1}{2}x} dx} = \frac{\left[-e^{-\frac{1}{2}x} \right]_3^{\infty}}{\left[-e^{-\frac{1}{2}x} \right]_2^{\infty}} = \frac{e^{-\frac{3}{2}}}{e^{-1}} =$$

$$= e^{-\frac{3}{2} + 1} = \boxed{e^{-\frac{1}{2}}} \approx \boxed{0,607}$$

4.) Låt ξ_i = antalet bilar i familj nr. i , ($i=1, 2, \dots, 50$)

Låt $\eta = \sum_{i=1}^{50} \xi_i$ = totala antalet bilar.

Vet att $\mu = E(\xi_i) = 1,4$ och $\sigma = S(\xi_i) = 0,3$.

Centrals gränsvärdes satsen $\Rightarrow \eta$ är approx $N(50 \cdot 1,4, \sqrt{50} \cdot 0,3)$
 $= N(70, 2,12)$.

$$P(\text{parkeringsplatserna räcker}) = P(\eta \leq 75) = P\left(\frac{\eta - 70}{2,12} \leq \frac{75 - 70}{2,12}\right) \\ \approx \Phi(2,36) \approx \boxed{0,99}$$

5.) $\bar{x} = \frac{0,83 + 0,82 + 0,82 + 0,84}{4} = 0,8275$

a)
$$s = \sqrt{\frac{1}{4-1} \left((0,83 - 0,8275)^2 + (0,82 - 0,8275)^2 + (0,82 - 0,8275)^2 + (0,84 - 0,8275)^2 \right)}$$
$$= \sqrt{0,0000917} \approx 0,00957.$$

En 95% konf-int med σ okänt blir $\left\{ \begin{array}{l} \alpha = 0,05 \\ n = 4 \\ \nu = 4 - 1 = 3 \end{array} \right\}$

$$\bar{x} \pm \frac{t_{0,025}(3) \cdot s}{\sqrt{4}} = 0,8275 \pm \frac{3,18 \cdot 0,00957}{\sqrt{4}} =$$

$$= \boxed{0,8275 \pm 0,015} = \boxed{[0,8125, 0,8425]}$$

b) Konfidensintervallet är ett utfall av ett slumpmässigt intervall som med sannolikhet 95% innehåller det verkliga väntevärdet. Eftersom 0,75 ligger utanför intervallet verkar det som att reklamen är falsk.

5 c) En normalfördelad stokastisk variabel kan anta negativa värden. Det kan inte bränsleförbrukningen.

6.) Låt $A = \{6:a \text{ på alla kasten}\}$

$$B_i = \{X=i\} \quad (i=1, \dots, 6)$$

Det gäller att

$$P(A) = \sum_{i=1}^6 P(A \cap B_i) = \sum_{i=1}^6 P(A|B_i)P(B_i).$$

$$\text{Vi vet att } P(B_i) = \frac{1}{6}.$$

$$P(A|B_i) = P(\text{krona på } i \text{ kast då man kastar } i \text{ gånger}) = \frac{1}{2^i}$$

$$\Rightarrow P(A) = \sum_{i=1}^6 \frac{1}{2^i} \cdot \frac{1}{6} = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^4} + \frac{1}{2^5} + \frac{1}{2^6} \right) \cdot \frac{1}{6} =$$

$$= \dots = \frac{127}{768} \approx 0,165$$

7 a)
$$l_A = \frac{(45+75+52+75)}{4} - \frac{(43+72+51+70)}{4} = 2,75$$

Teckentabell för BC:

Nr	
1	+
2	+
3	-
4	-
5	-
6	-
7	+
8	+

$$\Rightarrow l_{BC} = \frac{(43+45+70+75)}{4} - \frac{(72+75+51+52)}{4} = -4,25$$

7 b)

Styrbjörn: $D = AB$ $E = BC$

$$\Rightarrow I_1 = ABD \quad I_2 = EBC$$

$$I_3 = I_1 I_2 = A\cancel{B}D\cancel{E}B\cancel{C} = ACDE$$

Alias för C:

$$C = CI_1 = \boxed{ABCD}$$

$$C = CI_2 = \cancel{A}B\cancel{C} = \boxed{BE}$$

$$C = CI_3 = \cancel{A}\cancel{B}D\cancel{E} = \boxed{ADE}$$

Gerd: $D = AC$ $E = AB$

$$\Rightarrow I_1 = ACD \quad I_2 = ABE \quad I_3 = I_1 I_2 = \cancel{A}C\cancel{D}\cancel{A}B\cancel{E} = BCDE$$

$$\text{Alias för C: } C = CI_1 = \cancel{A}\cancel{C}D = \boxed{AD}$$

$$C = CI_2 = \cancel{A}B\cancel{E} = \boxed{ABCE}$$

$$C = CI_3 = \cancel{B}C\cancel{D}E = \boxed{BDE}$$

C Med Gerd's val är AD alias till C, så de blandas samman. Verkar som att Styrbjörns val är att föredra.

8. Låt ξ = antalet defekta i urvalet.

ξ är $\text{Hyp}(N=8, n=2, p=\frac{3}{8})$.

$$P(\text{partiet avvisas}) = 1 - P(\text{partiet accepteras}) = 1 - P(\xi = 0) =$$

$$= 1 - \frac{\binom{8 \cdot \frac{3}{8}}{0} \binom{8 - 8 \cdot \frac{3}{8}}{2 - 0}}{\binom{8}{2}} = 1 - \frac{\binom{3}{0} \binom{5}{2}}{\binom{8}{2}} =$$

$$= 1 - \frac{1 \cdot \frac{5!}{2! \cdot 3!}}{\frac{8!}{2! \cdot 6!}} = 1 - \frac{\frac{4 \cdot 5}{2}}{\frac{7 \cdot 8}{2}} = 1 - \frac{10}{28} = \frac{18}{28} = \boxed{\frac{9}{14}}$$

9.) Låt $d_1 =$ antal defekta i urval 1
 $d_2 =$ _____ 1 _____ 2

Partiet accepteras i följande fall:

Fall 1: $d_1 = 0$

2: $d_1 = 1$

3: $d_1 = 2$ $d_2 = 0$

4: $d_1 = 2$ $d_2 = 1$

5: $d_1 = 3$ $d_2 = 0$

V: beräknar sannolikheterna för samtliga fall:

V: observerar att villkoren för binomialapproximation är uppfyllda.

$$P(d_1 = 0) \approx \binom{20}{0} 0,01^0 0,99^{20} \approx 0,818$$

$$P(d_1 = 1) \approx \binom{20}{1} \cdot 0,01^1 \cdot 0,99^{19} \approx 0,165$$

$$P(d_1 = 2 \text{ och } d_2 = 0) \underset{\text{approx oberoende}}{\approx} P(d_1 = 2)P(d_2 = 0) = \binom{20}{2} \cdot 0,01^2 \cdot 0,99^{18} \cdot \binom{40}{0} \cdot 0,01^0 \cdot 0,99^{40}$$

approx oberoende

$$\approx 0,0106$$

$$P(d_1 = 2 \text{ och } d_2 = 1) \approx P(d_1 = 2)P(d_2 = 1) = \binom{20}{2} \cdot 0,01^2 \cdot 0,99^{18} \cdot \binom{40}{1} \cdot 0,01^1 \cdot 0,99^{39}$$

$$\approx 0,0043$$

$$P(d_1 = 3 \text{ och } d_2 = 0) \approx P(d_1 = 3)P(d_2 = 0) = \binom{20}{3} 0,01^3 0,99^{17} \cdot \binom{40}{0} 0,01^0 \cdot 0,99^{40}$$

$$\approx 0,0006$$

$$\Rightarrow P(\text{partiet accepteras}) \approx 0,818 + 0,165 + 0,0106 + 0,0043 + 0,0006$$

$$= \boxed{0,9985}$$