Tillämpad matematisk statistik LMA521
Tentamen 20160113

Tid: 8.30-12.30
Hjälpmedel: Kursboken **Matematisk Statistik** av Ulla Dahlbom. Formelsamlingen **Tabell- och formelsamling i matematisk statistik, försöksplanering och kvalitetsstyrning** av Håkan Blomqvist. Boken och formelsamlingen får ej innehålla extra anteckningar, men understrykningar, sticks och markeringar är tillåtna. **Chalmersgodkänd räknare.**
Examinator: Johan Tykesson
Telefonvakt: Johan Tykesson, 0703182096. Rond ca 9.30 och 11.30
Betygsgränser: $0 - 19$ ger betyg U, $20 - 29$ betyg 3, $30 - 39$ betyg 4, $40 - 50$ betyg 5.

Till varje uppgift skall fullständig lösning lämnas!
OBS: text på tre sidor!

1. (3+3 poäng) Student A och student B studerar på Lindholmen. Tiden det tar för student A att ta sig från sitt hem till Lindholmen är normalfördelad med väntevärde 35 minuter och standardavvikelse 3 minuter. Motsvarande tid för student B är normalfördelad med väntevärde 34 minuter och standardavvikelse 2 minuter. Vi antar att alla restider är oberoende av varandra.

   (a) Antag att student A startar sin resa exakt klockan 7.30 varje arbetsdag. Vad är sannolikheten att hon kommer till Lindholmen innan klockan 8.10 minst 4 av de 5 arbetsdagarna under en vecka?

   (b) Antag att student A och student B båda startar sina resor exakt klockan 7.30 en dag. Vad är sannolikheten att student B kommer fram till Lindholmen före student A?

2. (3+3 poäng) I en teknologklass finns det 200 elever. Sannolikheten att en elev kommer till en föreläsning är 0.87. Antag att alla studenterna fattar beslut om de skall gå till föreläsningen oberoende av varandra.

   (a) Beräkna sannolikheten att det kommer fler än 179 elever till föreläsningen.

   (b) Vad är det minsta antalet platser som behövs i föreläsningssalen för att sannolikheten att alla skall få plats blir större än eller lika med 0.95? Du får lov att använda sambandet $\Phi(1.645) = 0.95$.

   Motivera eventuella approximationer du gör i uppgift a och b ovan.

3. (2+1+2 poäng) Antag att ξ är en kontinuerlig stokastisk variabel med frekvensfunktion

$$f(x) = \begin{cases} \frac{6}{7}(1 + x - x^2) & \text{för } 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{för övrigt} \end{cases}$$

   (a) Beräkna väntevärde och standardavvikelse för ξ.

   (b) Beräkna $\mathrm{Var}(1 - 5\xi)$.

   (c) Beräkna den betingade sannolikheten

$$P(1/8 \leq \xi \leq 6/8 \,|\, 3/8 \leq \xi \leq 7/8).$$

4. (3+3 poäng) En chipsfabrik tillverkar påsar med pepparchips. Affären som beställt påsarna har angivit övre toleransgräns $T_{\text{Ö}} = 255$ gram och undre toleransgräns $T_u = 245$ gram. Vi antar att påsarnas vikter är normalfördelade med okänt väntevärde μ och okänd standardavvikelse σ, samt att olika påsars vikter är obereonde av varandra. Antag att man mäter 7 påsars vikter och får värdena (i gram)

$$243.4,\ 245.0,\ 243.3,\ 245.3,\ 245.1,\ 246.3,\ 244.2$$

   (a) Beräkna ett 95% konfidensintervall för μ.

   (b) Skatta kapabilitetsindex (duglighetsindex) och korrigerat kapabilitetsindex (korrigerat duglighetsindex) för tillverkningsprocessen med hjälp av mätvärdena ovan. Slutsats? (Vi har inte tillgång till normalfördelningspapper eller duglighetsblanketter så du får använda skattningarna av μ och σ som du antagligen tagit fram i uppgift a.)

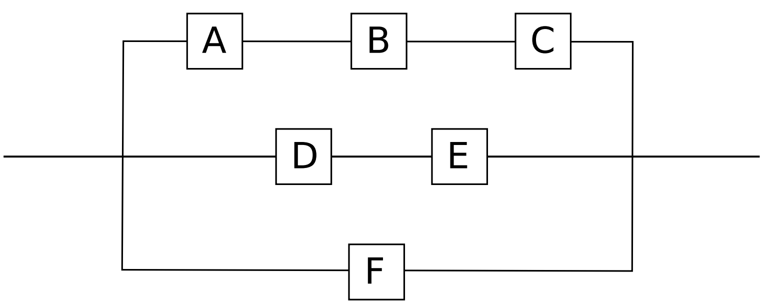
5. (7 poäng) Antag att vi har två urnor som vi kallar urna A och urna B. I urna A finns 3 gröna kulor och 4 blåa kulor. I urna B finns 4 gröna och 2 blåa kulor. Antag att vi först drar 2 kulor slumpmässigt (utan återläggning) från urna A och lägger dem i urna B. Efter det drar vi 4 kulor slumpmässigt (utan återläggning) från urna B. Låt E vara händelsen att båda kulorna som dras från urna A är blåa. Låt F vara händelsen att exakt 2 av de 4 kulorna som dras från urna B är gröna. Beräkna sannolikheterna $P(E)$ och $P(F)$, och de betingade sannolikheterna $P(E|F)$ och $P(F|E)$.

6. (1+3+3 poäng) Betrakta systemet nedan. De sex komponenterna fungerar oberoende av varandra. Varje komponent fungerar med sannolikhet 0.96. För att systemet skall fungera måste samtliga komponenter i minst en av de tre vägarna (från vänster till höger) genom systemet fungera.

   (a) Vad är sannolikheten att åtminstone en av de 6 komponenterna är trasig?

   (b) Vad är sannolikheten att systemet fungerar?

   (c) Beräkna den betingade sannolikheten att samtliga tre komponenter i den översta vägen fungerar givet att systemet fungerar.



7. (2+2+2 poäng) Man undersökte hur faktorerna A (jordsort), B (vätsketillförsel), C (typ av gödning) och D (typ av belysning) påverkade salladsodling. Ett fullständigt faktorförsök med de olika faktorerna inställda på två olika nivåer (+ eller -) gjordes. Man fick följande vikter (i kg sallad) på skördarna vid de 16 olika odlingarna:

Nr.	A	B	C	D	Resultat y
1	-	-	-	-	20.1
2	+	-	-	-	22.9
3	-	+	-	-	19.8
4	+	+	-	-	25.0
5	-	-	+	-	18.1
6	+	-	+	-	27.0
7	-	+	+	-	19.0
8	+	+	+	-	25.2
9	-	-	-	+	20.2
10	+	-	-	+	22.9
11	-	+	-	+	20.2
12	+	+	-	+	26.5
13	-	-	+	+	19.2
14	+	-	+	+	22.8
15	-	+	+	+	18.3
16	+	+	+	+	24.1

(a) Beräkna tvåfaktorsamspelet l_{AC}.

(b) Antag att man också var intresserad av faktorerna E, F och G. Man gör ett reducerat faktorförsök. Man väljer teckenkolumner för A, B, C och D som ovan. Antag att man har valt generatorerna $E = AB$, $F = AC$ och $G = ABCD$. Beräkna alla ord (alla "I") i detta reducerade faktorförsök samt bestäm upplösningen.

(c) Gör ett eget val av generatorer som ger högre upplösning än valet i b-uppgiften. Utför beräkningarna som visar att upplösningen är högre.

8. (7 poäng) Antag att en företagare köper in ett parti med 5000 glödlampor. För att avgöra om partiet skall accepteras eller avvisas används en dubbel provtagningsplan som fungerar på följande vis: I urval 1 kontrolleras 30 glödlampor. Om antalet defekta glödlampor i urval 1 är mindre än eller lika med 2 så accepteras partiet. Om antalet defekta glödlampor är större än eller lika med 5 så avvisas partiet. I övriga fall så går man till urval 2. I urval 2 kontrolleras 30 nya glödlampor. Om det totala antalet defekta glödlampor i urval 1 och 2 är mindre än eller lika med 4 så accepteras partiet. Annars avvisas partiet. Med andra ord, man har en dubbel provtagningsplan med parametrar $n_1 = 30$, $n_2 = 30$, $c_1 = 2$, $c_2 = 4$, $r_1 = 5$, $r_2 = 5$. Antag nu att felkvoten i partiet är 0.1. Antag också att om partiet avvisas av den dubbla provtagningsplanen så kontrollerar man alla glödlamporna i partiet. Beräkna väntevärde och varians för antalet kontrollerade glödlampor. (Kom ihåg att väntevärdet går under benämningen ATI(0.1)). Motivera eventuella approximationer du gör.

Lycka till!